UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR HAMBURG

INSTITUT FÜR MECHANIK

IfM

GRUNDZÜGE DER MECHANIK
PRÜFUNGSAUFGABEN

BAND 11

STUDENTENJAHRGÄNGE

1997 und 1998

DM 5,--

152

HERAUSGEBER:

Universität der Bundeswehr Hamburg
Institut für Mechanik
Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Lammering
Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Witfeld

Redaktion:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Witfeld
Susanne Ngollé Pokossi

REPORT DOCUMENTATION PAGE

Form Approved OMB No. 0704-0188

1. AGENCY USE ONLY (Leave blank)

2. REPORT DATE

1997

3. REPORT TYPE AND DATES COVERED

4. TITLE AND SUBTITLE

Grundzuege der Mechanik: Pruefungsaufgaben

Fundamentals of Mechanics: Examination Problems

5. FUNDING NUMBERS

6. AUTHOR(S)

Editors: R. Lammering and H. Witfield

7. PERFORMING ORGANIZATION NAME(S) AND ADDRESS(ES)

Institut fuer Mechanik, Universitaet der Bundeswehr Muenchen

8. PERFORMING ORGANIZATION Report Number REPORT NUMBER

9. SPONSORING/MONITORING AGENCY NAME(S) AND ADDRESS(ES

10. SPONSORING/MONITORING AGENCY REPORT NUMBER

11. SUPPLEMENTARY NOTES

Text in German. Title and abstract in German and English, 98 pages.

12a. DISTRIBUTION/AVAILABILITY STATEMENT

Distribution A: Public Release.

12b. DISTRIBUTION CODE

ABSTRACT (Maximum 200 words)

This booklet contain four examinations form the following courses: Fundamentals of Mechanics I and II and Fundamentals of Mechanic III. Each examination comes in two parts and is provided for two entry years, 1997 and 1998. The 1997 students then have four exams over the period July 1998-April 1999, and the 1998 students from July 1999 to March 2000. Whereas most of the exams have the answers following directly after the text, and answer key as appendix is provided to the first Fundamentals of Mechanics I and II exam from the 1997 year, as well as to the first Mechanics III exam from the 1998 class, which was given in January 2000. Each section covers between 8-12 pages and is to last 4 hours.

14. SUBJECT TERMS

German, UNIBW, Mechanics, State examinations, Mechanical engineering

15. NUMBER OF PAGES

16. PRICE CODE

17. SECURITY CLASSIFICATION OF REPORT	18. SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE	19, SECURITY CLASSIFICATION OF ABSTRACT	20. LIMITATION OF ABSTRACT
UNCLASSIFIED	UNCLASSIFIED	UNCLASSIFIED	UNLIMITED

UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR HAMBURG

INSTITUT FÜR MECHANIK

IfM

GRUNDZÜGE DER MECHANIK
PRÜFUNGSAUFGABEN

BAND 11

STUDENTENJAHRGÄNGE

1997 und 1998

VORWORT

Die bisher erschienenen zehn Bände umfassen die Mechanik-Klausuren im Studiengang Maschinenbau der UniBw H für die Studentenjahrgänge 1973 - 1996. Jeder Band ist von den Studenten gerne angenommen worden, so dass die Auflagen fast vollständig vergriffen sind.

Der hiermit vorgelegte elfte Band enthält die Prüfungsaufgaben für die Studentenjahrgänge 1997 und 1998. Auch er ist als Ergänzung der Übungssammlungen im Fach Grundzüge der Mechanik gedacht und dient insbesondere zur Vorbereitung auf die Diplomvorprüfung.

Die Bearbeitungsdauer für die Klausuraufgaben aus Mechanik I + II (Statik starrer und elastischer Körper) betrug 4 Stunden, für die Klausuren aus Mechanik III (Kinematik, Kinetik, Schwingungslehre) standen jeweils 2½ Stunden zur Verfügung.

Wie schon Band zehn enthält auch diese Sammlung von Prüfungsaufgaben alle Ergebnisse, womit wir einem vermehrt geäußerten Wunsch entgegenkommen. Zum Verständnis der Lösung reicht das Ergebnis alleine oftmals nicht aus, da ein kurzes analytisches oder numerisches Ergebnis - soweit es überhaupt angegeben werden kann - nichts über den richtigen Lösungsweg besagt. Zudem wird bei der Bewertung der Prüfungsleistung im Fach Mechanik besonderer Wert auf methodische Vorgehensweise und korrekte, vollständige Lösungsansätze gelegt. Deshalb haben wir auch diesem Band ausführlich kommentierte Musterlösungen zu je einer Teilklausur aus Mechanik I, Mechanik II und Mechanik III beigefügt. Wir hoffen, daß die Musterlösungen dem Studenten den Weg zu einem systematischen Vorgehen ebnen, ihn aber nicht dazu verführen, bei seinen Prüfungsvorbereitungen zu rasch aufzugeben und die Lösungen nur nachzuvollziehen. In jedem Falle empfehlen wir, bei der Prüfungsvorbereitung die Sprechstunden des Instituts aufzusuchen.

Die Klausuraufgaben wurden von Mitarbeitern des Instituts für Mechanik erstellt. Wir alle wünschen, daß die nachfolgenden Studentenjahrgänge aus dieser Sammlung einen möglichst großen Nutzen für ihren Studienfortschritt ziehen.

Hamburg, im April 2000

H. Witfeld
R. Lammering

Inhalt

			Seite
1.	**Studentenjahrgang 1997**		
	Mechanik I + II	(09.07.1998)	1
	Mechanik I + II (W)	(22.09.1998)	10
	Mechanik III	(06.01.1999)	22
	Mechanik III (W)	(01.04.1999)	29
2.	**Studentenjahrgang 1998**		
	Mechanik I + II	(06.07.1999)	36
	Mechanik I + II (W)	(28.09.1999)	48
	Mechanik III	(05.01.2000)	60
	Mechanik III (W)	(21.03.2000)	65
3.	**Musterlösungen (Lösungsweg)**		
	Lösung der Klausur aus Mechanik I/II vom 09.07.1998		71
	Lösung der Klausur aus Mechanik III vom 05. 01.2000		87
4.	**Formelanhang**		
	Biegelinien, Randwinkel und max. Durchbiegungen		96
	Integrale von Produktfunktionen $\int_0^s I(x)\,K(x)\,dx$		97
	Frequenzgang, Amplitudengang, Phasengang		98

STUDENTENJAHRGANG 1997

GRUNDZÜGE DER MECHANIK I + II

VOREXAMENSKLAUSUR

TERMIN: 09.07.1998

BEARBEITUNGSDAUER: 4 H

Musterlösung zu dieser Klausur siehe Seite 71

Fragen zur Stereostatik

Aufgabe 1.1 (1 Punkt):

Welche Kraft wirkt infolge der Erdanziehung auf einen Körper der Masse m = 10 kg?

Aufgabe 1.2 (1 Punkt):

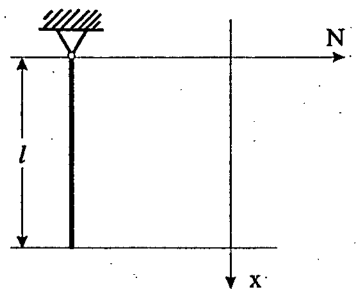
Definieren Sie den Zustand des Gleichgewichts!

Aufgabe 1.3 (1 Punkt):

Wie lauten die Gleichgewichtsbedingungen für einen starren Körper im Raum?

Aufgabe 1.4 (1 Punkt):

Zeichnen Sie den Verlauf der Normalkraft in einem frei hängenden Seil vom Gesamtgewicht G !

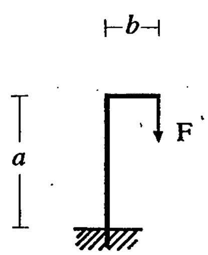


Aufgabe 1.5 (1 Punkt):

Nennen Sie 2 Voraussetzungen für ein ideales Fachwerk!

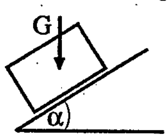
Aufgabe 1.6 (1 Punkt):

Skizzieren Sie den Verlauf des Biegemomentes!



Aufgabe 1.7 (1 Punkt):

Ein Quader ruht auf einer schiefen Ebene. Welche Beziehung besteht zwischen Normal- und Tangentialkraft in der Berührungsebene?

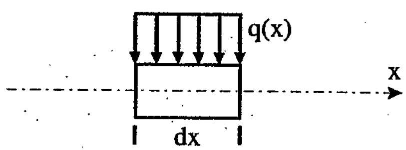


Aufgabe 1.8 (1 Punkt):

Definieren Sie den Begriff stabiles Gleichgewicht!

Aufgabe 1.9 (2 Punkte):

Zeichnen Sie die Schnittgrößen am skizzierten Balkenelement ein und geben Sie die Gleichgewichtsbeziehungen an!



Fragen zur Elastostatik

Aufgabe 2.1 (1 Punkt):

Wie viele unabhängige Spannungskomponenten enthält der Spannungstensor bei einem allgemeinen räumlichen Spannungszustand?

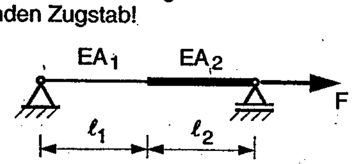
Aufgabe 2.2 (1 Punkt):

a) Durch wie viele unabhängige Parameter wird ein homogener isotroper Werkstoff beschrieben?

b) Nennen Sie diese Werkstoffkenngrößen!

Aufgabe 2.3 (2 Punkte):

Formulieren Sie die Gesamtsteifigkeitsmatrix für den aus zwei finiten Elementen bestehenden Zugstab!



Hinweis: Steifigkeitsmatrix für Element 1: $k_1 = \frac{EA_1}{\ell_1}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2.4 (1 Punkt):

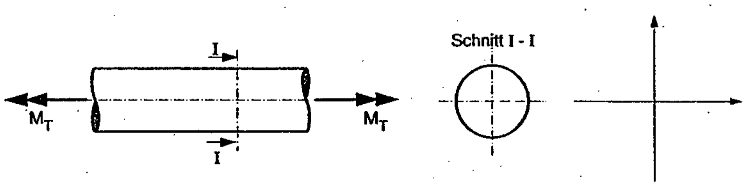
Welche Annahmen werden getroffen, wenn man die Bernoulli-Hypothese der Biegetheorie schlanker Stäbe zugrundelegt?

Aufgabe 2.5 (1 Punkt):

In welcher Weise muß ein querkraftbeanspruchter Stab belastet werden, damit keine Torsion hervorgerufen wird?

Aufgabe 2.6 (2 Punkte):

Eine Welle mit Vollkreisprofil wird durch ein Torsionsmoment beansprucht.



a) Skizzieren Sie die Schubspannungsverteilung im Schnitt I - I!

b) Tragen Sie den Mohrschen Spannungskreis für einen Punkt auf dem Querschnittsrand in das vorbereitete Koordinatensystem ein!

c) Wie groß ist die maximal auftretende Normalspannung und unter welchem Winkel tritt sie auf?

Aufgabe 2.7 (2 Punkte):

Ein Zugstab wird <u>nacheinander</u> durch die Kräfte F_1 und F_2 belastet und dabei um das Maß u_1 bzw. u_2 gelängt.

a) Wie groß sind die aktive und die passive Formänderungsarbeit der Kraft F_1!

b) Skizzieren Sie diese Arbeitsanteile in einem Kraft - Verschiebungs - Diagramm!

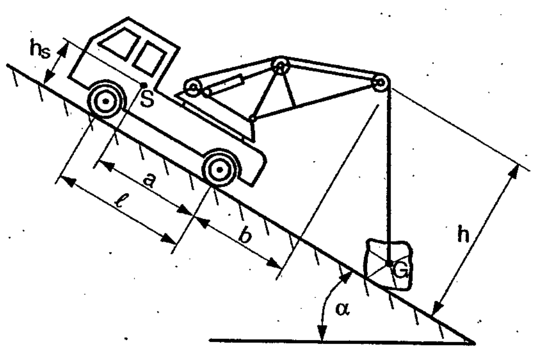
Aufgaben zur Stereostatik

3. Aufgabe (6 Punkte)

Ein Kranwagen (Gewicht G_K, Schwerpunkt S) soll einen Felsbrocken (Gewicht G) von einer um den Winkel α geneigten Fahrbahn entfernen.

a) Wie groß muß das Bremsmoment, das nur auf die hinteren Räder (Radius r) wirkt, sein, damit der Kranwagen beim Heben der Last nicht zurückrollt?

b) Welche maximale Last G_{max} kann gehoben werden, ohne daß der Kranwagen in der gezeigten Lage kippt?



Gegeben: $G_K, G, h, h_S, r, a, b, \ell, \alpha$

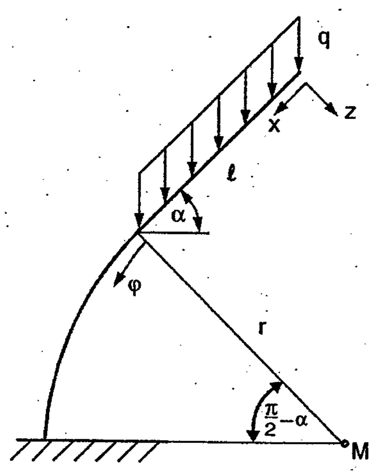
4. Aufgabe (10 Punkte)

An dem skizzierten Tragwerk greift auf der Länge ℓ die vertikale Streckenlast q an. Das Eigengewicht ist zu vernachlässigen.

a) Geben Sie die Schnittgrößen im Kreisbogen und im geraden Balken an!

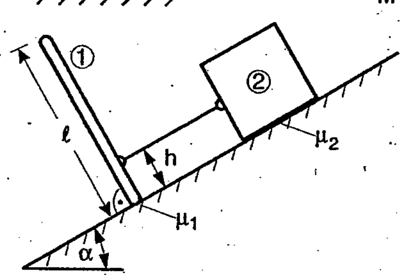
b) Zeichnen Sie die zugehörigen Zustandslinien unter Angabe der maßgeblichen Koordinaten für $\alpha = \pi/4$!

Gegeben: r, ℓ, α, q



5. Aufgabe (8 Punkte)

Das skizzierte System ruht auf der schiefen Ebene.
Wie groß müssen die Haftbeiwerte zwischen Stab 1 (Gewicht G_1) und der Ebene (μ_1) und dem Quader 2 (Gewicht G_2) und der Ebene (μ_2) mindestens sein, damit das System sich nicht in Bewegung setzt?



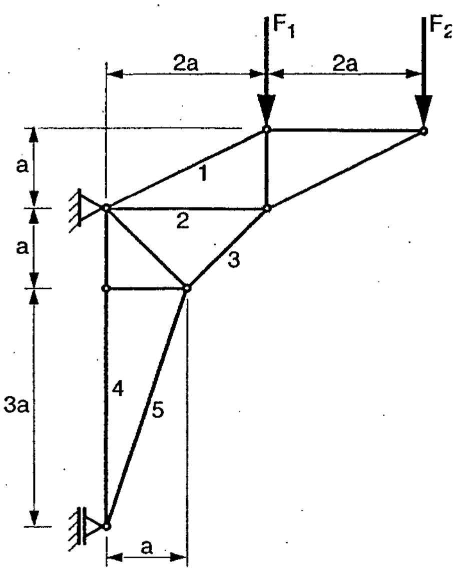
Gegeben: $G_1, G_2, \alpha, \ell, h < \frac{\ell}{2}$

6. Aufgabe (8 Punkte)

An dem skizzierten Fachwerk greifen die Kräfte F_1 und F_2 an.

Berechnen Sie die Stabkräfte in den gekennzeichneten Stäben 1-5 !

Gegeben: F_1, F_2, a

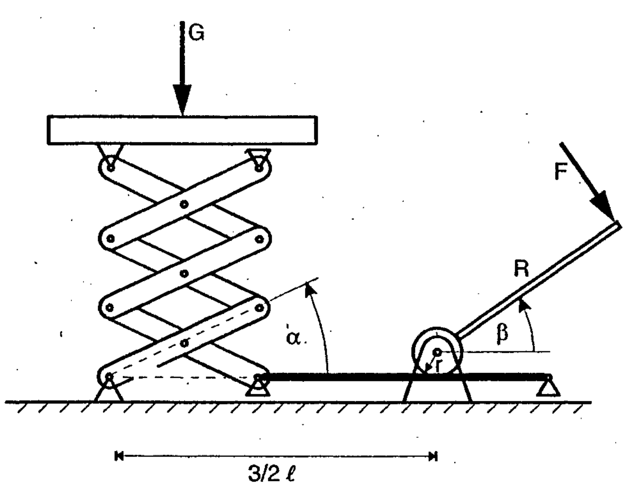


7. Aufgabe (8 Punkte)

Mit einer Hebebühne soll das Gewicht G angehoben werden. Die Scherenvorrichtung (6 Stäbe, Länge jeweils ℓ, gewichtslos) wird über einen Hebel (Länge R, gewichtslos), ein Zahnrad (Radius r) und eine horizontal verschiebliche Zahnstange betätigt.

Wie groß muß die Kraft F senkrecht zum Hebel als Funktion des Winkels α sein, damit Gleichgewicht besteht?

Gegeben: G, ℓ, r, R, α



Aufgaben zur Elastostatik

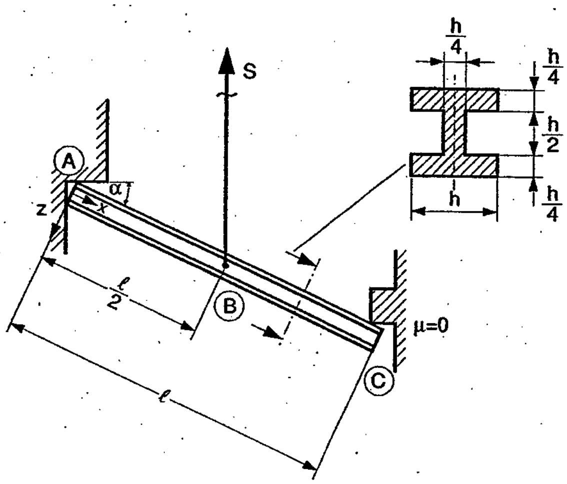
8. Aufgabe (8 Punkte)

Ein Doppel-T-Träger verklemmt sich beim Anheben im Baugerüst. Das Eigengewicht kann vernachlässigt werden.

c) Berechnen Sie die Normalspannung im Bereich A-B als Funktion von x und z !

d) Wie verläuft die Linie der neutralen Faser in der x-z-Ebene? Skizzieren Sie den Verlauf für $h=\frac{\ell}{10}$; $\alpha=45°$!

Gegeben: S, ℓ, h



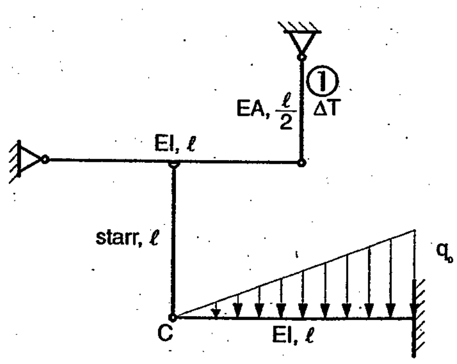
9. Aufgabe (8 Punkte)

Das skizzierte System ist im unbelasteten Zustand spannungsfrei.

Welche Temperaturänderung ΔT muß der Stab **1** erfahren, damit der Punkt **C** seine Lage nach dem Aufbringen der Streckenlast gegenüber dem unbelasteten Zustand nicht ändert? Das Eigengewicht kann vernachlässigt werden.

(Hinweis: Biegetafel)

Gegeben: $\alpha_T, \ell, EI=\ell^2 EA, q_0$



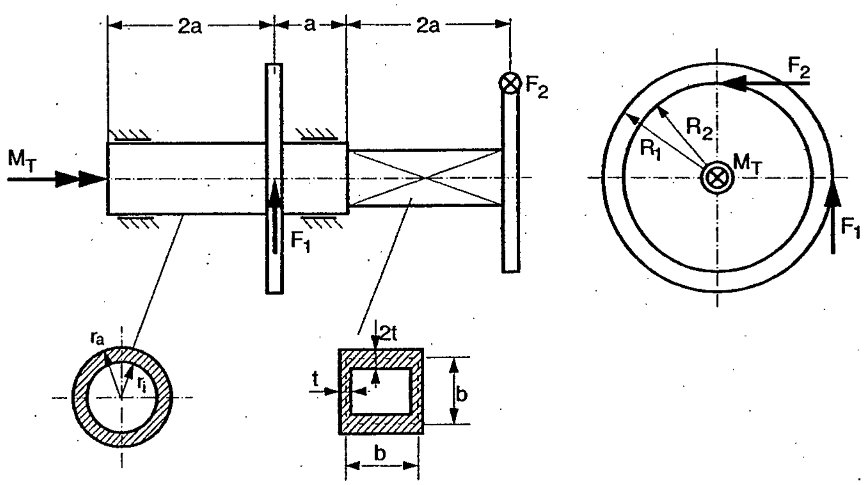
10. Aufgabe (8 Punkte)

Die Welle ist unter dem Antriebsmoment M_T und den an den Rädern **1** und **2** tangential angreifenden Kräften F_1 und F_2 im Gleichgewicht.

a) Geben Sie die maximalen Schubspannungen in dem Kreisquerschnitt des linken Wellenstückes und in dem dünnwandigen Kastenprofil des rechten Wellenstückes an! Die Wölbbehinderung kann vernachlässigt werden.

b) Wie groß ist die Gesamtverdrehung der Welle?

Gegeben: $a, r_i = \frac{1}{2}r, r_a = \frac{3}{2}r, R_1 = 9r, R_2 = 6r, b, t \ll b, G, F_1 = \frac{2}{3}F_2 = F$

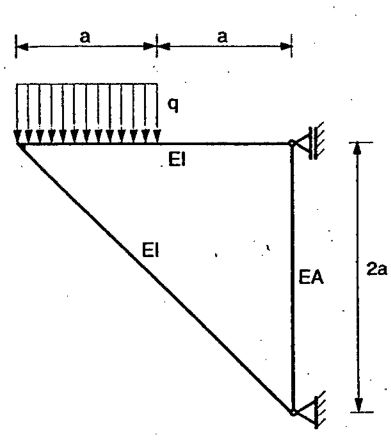


11. Aufgabe (9 Punkte)

Ein Tragwerk besteht aus zwei biegesteif verbundenen Balken ($EI; EA \to \infty$) und einem Stab mit der Dehnsteifigkeit EA.

Wie groß ist die Normalkraft im Stab, wenn das Tragwerk wie in der Skizze belastet ist?

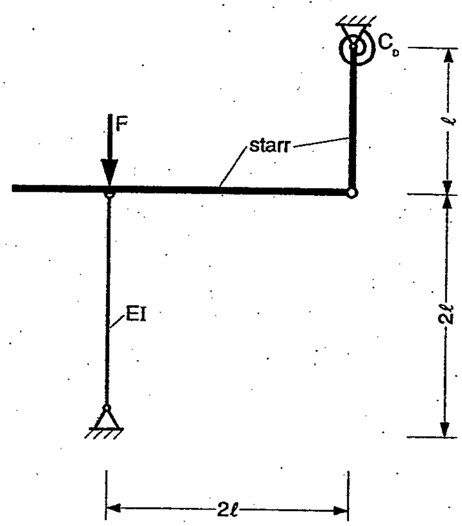
Gegeben: q, a, EI, EA



12. Aufgabe (7 Punkte)

Das System aus 3 gelenkig verbundenen Stäben (2x starr, 1x biegeweich) ist hinsichtlich seiner Stabilität zu untersuchen.
Man bestimme die Steifigkeit c_D der Drehfeder so, daß die beiden kritischen Lasten des Systems gleich sind !

Gegeben: F, EI, ℓ



STUDENTENJAHRGANG 1997

GRUNDZÜGE DER MECHANIK I + II

VOREXAMENSKLAUSUR

TERMIN: 22.09.1998

BEARBEITUNGSDAUER: 4 H

Fragen zur Stereostatik

Aufgabe 1.1 (1 Punkt):

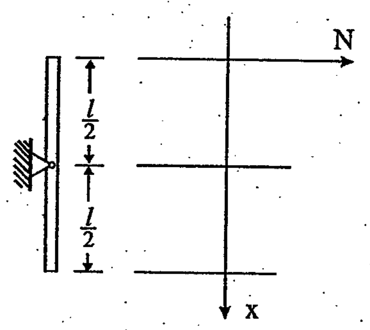
Was besagt Galilei's Trägheitsaxiom?

Aufgabe 1.2 (1 Punkt):

Auf welche resultierenden Kraftgrößen läßt sich eine allgemeine Kräftegruppe reduzieren?

Aufgabe 1.3 (1 Punkt):

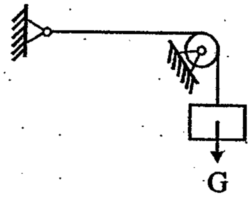
Zeichnen Sie den Verlauf der Normalkraft in dem vertikalen Stab vom Gesamtgewicht G!



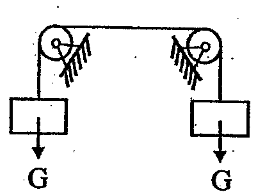
Aufgabe 1.4 (1 Punkt):

Wie groß ist die Kraft im horizontalen Seil in den Fällen a) bzw. b)?

a)

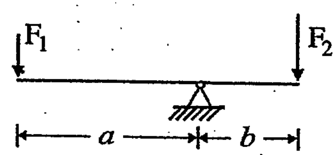


b)



Aufgabe 1.5 (1 Punkt):

Der skizzierte Balken ist im Gleichgewicht. Skizzieren Sie den Verlauf des Biegemomentes.

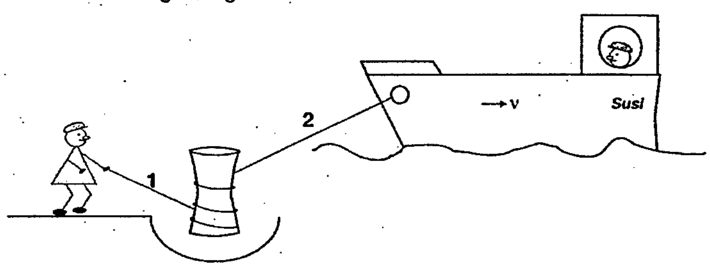


Aufgabe 1.6 (1 Punkt):

Was versteht man unter einer Pendelstütze?

Aufgabe 1.7 (1 Punkt):

Ein Boot wird am Anleger abgebremst. Dabei rutscht das Seil über den Poller.



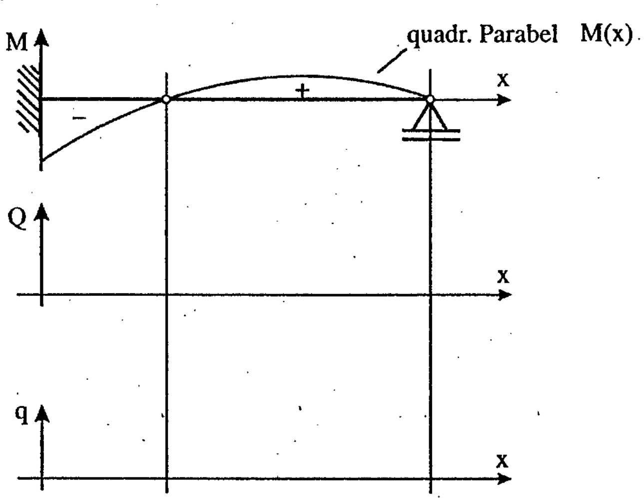
Welche Beziehung besteht zwischen den Seilkräften S_1 und S_2?

Aufgabe 1.8 (1 Punkt):

Was versteht man unter Instabilität eines Gleichgewichtszustandes?

Aufgabe 1.9 (2 Punkte):

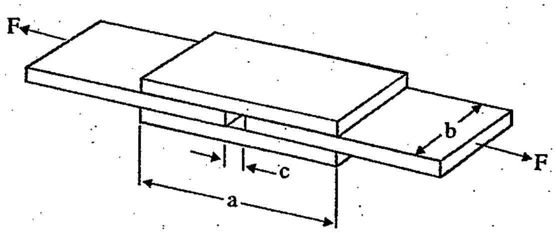
Bei dem skizzierten Tragwerk ist der Biegemomentenverlauf bekannt. Wie verläuft die Querkraft? Wie sieht die äußere Belastung aus?



Fragen zur Elastostatik

Aufgabe 2.1 (1 Punkt):

Für die dargestellte Leimverbindung ist die mittlere Schubspannung τ in den Leimschichten zu bestimmen!



Aufgabe 2.2 (1 Punkt):

Was verstehen Sie unter einem ebenen Verzerrungszustand?

Aufgabe 2.3 (1 Punkt):

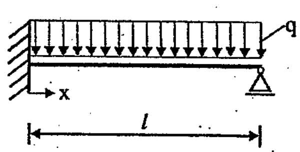
Nennen Sie die Schnittgrößen des geraden Trägers und geben Sie an, welche von ihnen Normalspannungen und welche von ihnen Schubspannungen verursachen!

Aufgabe 2.4 (1 Punkt):

Durch welche drei Eigenschaften zeichnen sich Hauptachsen der Fläche (Hauptträgheitsachsen) aus?

Aufgabe 2.5 (1 Punkt):

Formulieren Sie die Randbedingungen, die Sie benötigen, um über die Differentialgleichung $q = (EI\,w'')''$ die Biegelinie $w(x)$ des dargestellten Systems zu berechnen!

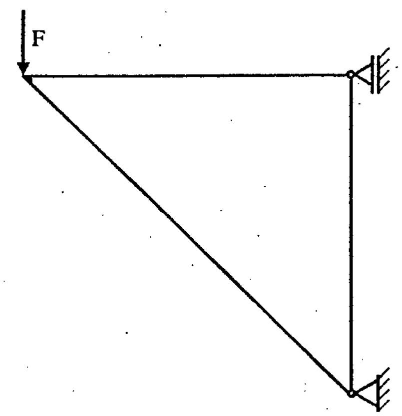


Aufgabe 2.6 (1 Punkt):

Was verstehen Sie unter den Begriffen Dehnsteifigkeit, Biegesteifigkeit, Schubsteifigkeit und Torsionssteifigkeit?

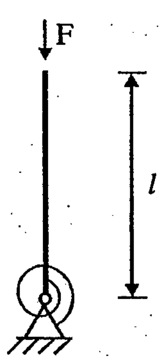
Aufgabe 2.7 (1 Punkt):

Beschreiben Sie den Lösungsweg zur Bestimmung der Normalkraft im vertikalen Stab!



Aufgabe 2.8 (2 Punkte):

Berechnen Sie für das dargestellte System das Moment der Drehmomentenfeder nach der Theorie 1. Ordnung und nach der Theorie 2. Ordnung!



Aufgabe 2.9 (1 Punkt):

a) Erläutern Sie den Begriff Vergleichsspannung!

b) Nennen Sie eine Vergleichsspannungshypothese!

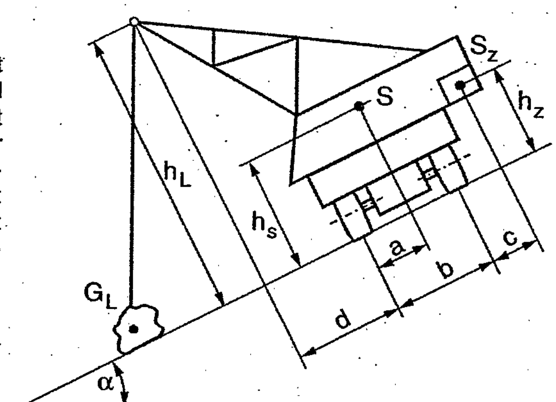
Aufgaben zur Stereostatik

3. Aufgabe (5 Punkte):

Ein Kranwagen (Gewicht G, Schwerpunkt S) soll seitlich eine Last (Gewicht G_L) auf einer geneigten Ebene anheben. Ein Gegengewicht (Gewicht G_z, Schwerpunkt S_z) erhöht die Tragfähigkeit des Kranes.

a) Welche maximale Last $G_{L\max}$ kann in der gezeigten Lage gehoben werden?

b) Wie groß darf das Gegengewicht $G_{z\max}$ maximal sein, damit der Kran auf einer horizontalen Ebene nicht seitlich kippt, wenn keine Last am Ausleger hängt?



„Kranwagen; Ansicht von hinten; Ausleger seitlich."

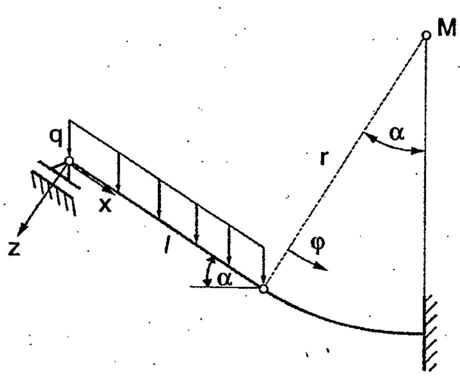
Gegeben: $G, G_z, G_L, a, b, c, d, h_S, h_z, h_L, \alpha$

4. Aufgabe (11 Punkte):

An dem skizzierten Tragwerk greift auf der Länge l die vertikale Streckenlast q an. Das Eigengewicht ist zu vernachlässigen.

a) Geben Sie die Schnittgrößen im Kreisbogen und im geraden Balken an!

b) Zeichnen Sie die zugehörigen Zustandslinien unter Angabe der maßgeblichen Koordinaten für $\alpha = \frac{\pi}{6}$!



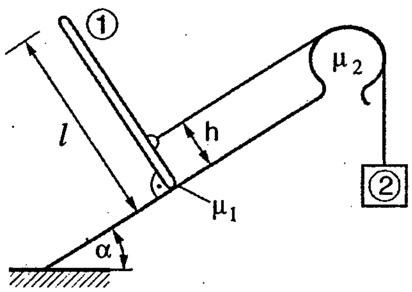
Gegeben: r, l, α, q

5. Aufgabe (8 Punkte):

Das skizzierte System ruht in der dargestellten Lage.

Wie groß müssen die Haftbeiwerte zwischen Stab 1 (Gewicht G_1) und der Ebene (μ_1) sowie dem Seil mit der Endmasse 2 (Gewicht G_2) und der kreisförmigen Umlenkung (μ_2) mindestens sein, damit das System weiterhin in Ruhe bleibt?

Gegeben: $G_1, G_2, \alpha, l, h < \frac{l}{2}$

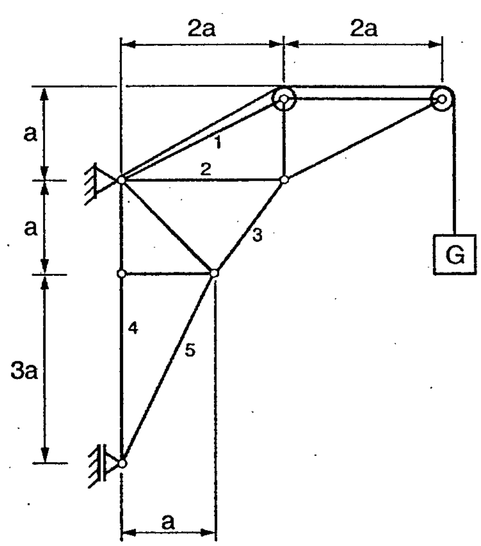


6. Aufgabe (8 Punkte):

An dem skizzierten Fachwerk hängt das Gewicht G. Die Seilführung sei reibungsfrei und die Abmessungen der Führungsrollen sind zu vernachlässigen.

Berechnen Sie die Stabkräfte in den gekennzeichneten Stäben 1-5!

Gegeben: G, a

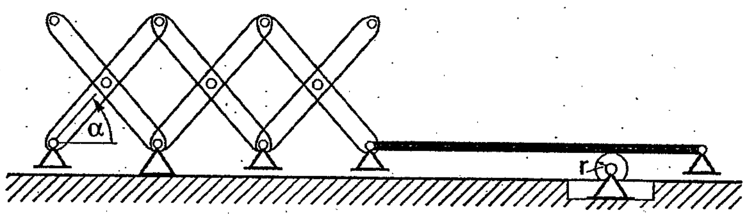


7. Aufgabe (8 Punkte):

Eine Toreinfahrt soll mittels eines Scherengitters (6 Stäbe, je Gewicht G, Länge l) über eine horizontal verschiebliche Zahnstange und ein Zahnrad (Radius r) betätigt werden. Das System sei reibungsfrei.

Wie groß muß das am Zahnrad angreifende Drehmoment M als Funktion des Winkels α sein, damit das System in jeder Stellung im Gleichgewicht ist?

Gegeben: G, l, r, α



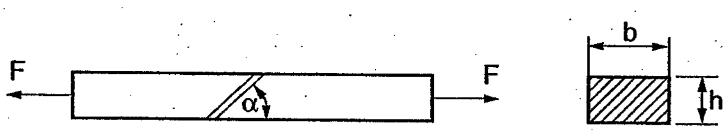
Aufgaben zur Elastostatik

8. Aufgabe (6 Punkte):

Die gezeigte Zuglasche besteht aus zwei geleimten Teilen. Die Klebfläche hat eine Zugfestigkeit von σ_{zul} und eine Scherfestigkeit von τ_{zul}.

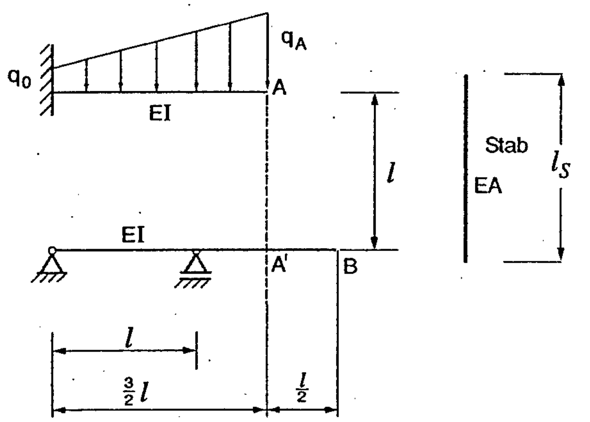
Um welchen Winkel α muß die Verbindungsfläche geneigt sein, damit die zulässigen Festigkeiten unter einer Zugbelastung F zugleich erreicht werden?

Gegeben: $F,\ \sigma_{zul} / \tau_{zul} = a,\ b,\ h$



9. Aufgabe (9 Punkte):

In das skizzierte System mit zwei Biegebalken soll im unbelasteten Zustand zwischen den Punkten A und A' ein Stab eingefügt werden.



a) Wie lang muß der einzusetzende Stab sein, damit A unter Wirkung der Streckenlast wieder die ursprüngliche Lage annimmt?

b) Wie groß ist die dazu erforderliche Normalkraft in dem Stab?

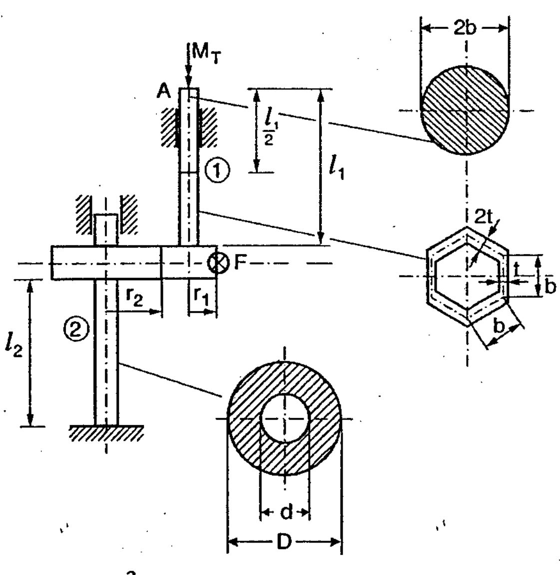
c) Wie weit senkt sich dann der Punkt B ab?

Gegeben: $q_0, q_A, EI, EA; l$

(Hinweis: Biegetafel)

10. Aufgabe (9 Punkte)

Die Wellen 1 und 2 sind über ein Zahnradpaar verbunden. An der Welle 1 greifen ein Torsionsmoment M_T und eine tangentiale Kraft F an. Der Sechseckquerschnitt ist doppeltsymmetrisch.



a) Wie groß sind die maximal auftretenden Spannungen in den beiden Hohlquerschnitten 1 und 2?

b) Geben Sie den Winkel an, um den sich das freie Wellenende A dreht!

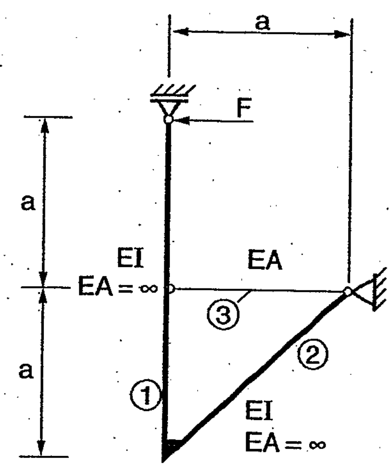
Gegeben: $M_T, F, G_1, G_2, l_1, l_2, r_1, r_2, D=\frac{3}{2}d, t \ll b$

(Hinweis: Wölbbehinderung kann vernachlässigt werden).

11. Aufgabe (9 Punkte):

Ein Tragwerk besteht aus zwei biegesteif verbundenen Balken 1 und 2 (EI; $EA \to \infty$) und einem Stab 3 mit der Dehnsteifigkeit EA.
Wie groß ist die Normalkraft im Stab 3 infolge der Last F?

Gegeben: F, a, EI, EA

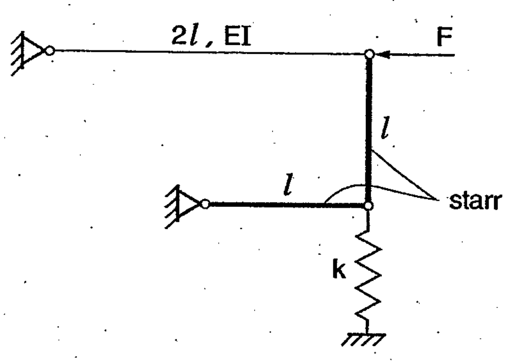


12. Aufgabe (7 Punkte):

Das System aus 3 gelenkig verbundenen Stäben (2 x starr, 1 x biegeweich) ist hinsichtlich seiner Stabilität zu untersuchen.

Man bestimme die Federsteifigkeit k so, daß die beiden kritischen Lasten des Systems gleich sind!

Gegeben: F, EI, ℓ



Lösungen zur Mechanik I/II - Klausur vom 22. September 1998

1. Aufgabe: Kurzfragen ohne Lösung

2. Aufgabe: Kurzfragen ohne Lösung

3. Aufgabe:

a) $G_L < G_{L\max} = \dfrac{G(a\cos\alpha - h_S \sin\alpha) + G_z\left((b+c)\cos\alpha - h_z \sin\alpha\right)}{d\cos\alpha + h_L \sin\alpha}$

b) $G_z < G_{z\max} = G\dfrac{b-a}{c}$

4. Aufgabe:

a)

$$N_1(x) = -q\,x\sin\alpha$$

$$Q_1(x) = q\,\ell\cos\alpha\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{\ell}\right)$$

$$M_1(x) = \frac{1}{2}q\,\ell^2\cos\alpha\frac{x}{\ell}\left(1-\frac{x}{\ell}\right)$$

$$N_2(\varphi) = q\,\ell\left(\frac{1}{2}\cos\alpha\,\sin\varphi - \sin\alpha\,\cos\varphi\right)$$

$$Q_2(\varphi) = -q\ell\left(\frac{1}{2}\cos\alpha\,\cos\varphi + \sin\alpha\,\sin\varphi\right)$$

$$M_2(\varphi) = -q\,\ell\,r\left(\frac{1}{2}\cos\alpha\,\sin\varphi + \sin\alpha\,(1-\cos\varphi)\right)$$

b) Zustandslinien hier ohne Lösung

5. Aufgabe:

$$\mu_1 \geq \tan\alpha\left(\frac{\ell}{2h}-1\right)$$

Fall 1:

$$S = G_1\sin\alpha\frac{\ell}{2h} > G_2$$

$$\mu_2\beta \geq \ell n\frac{S}{G_2} \quad mit\ \beta = \alpha + \frac{\pi}{2}$$

Fall 2:

$$S = G_1\sin\alpha\frac{\ell}{2h} < G_2$$

$$\mu_2\beta \geq \ell n\frac{G_2}{S}$$

6. Aufgabe:

$$S_1 = \left(\sqrt{5}-1\right)G$$
$$S_2 = 0$$
$$S_3 = -2\sqrt{2}\,G$$
$$S_4 = 3G$$
$$S_5 = -\sqrt{10}\,G$$

7. Aufgabe: $M = \frac{3}{2} G\, r \cot\alpha$

8. Aufgabe: $\tan\alpha = \frac{\sigma_{zul}}{\tau_{zul}}$

9. Aufgabe:

a) $\ell_S = \ell \dfrac{1+S\,\ell^2/(8\,EI)}{1-S/(EA)}$

b) $N = -S = -\dfrac{3}{20}\left(\dfrac{11}{4} q_A \ell + q_0 \ell\right)$

c) $W_B = \dfrac{13}{48}\dfrac{S\,\ell^3}{EI}$

10. Aufgabe:

a)
$$\tau_{1\max} = \frac{M_T}{3\sqrt{3}\,b^2 t}$$
$$\tau_{2\max} = \frac{r_2}{r_1} \frac{M_T - F\,r_1}{\frac{\pi}{16} D^3 \left(1-\frac{16}{81}\right)}$$

b) $\varphi_A = \Delta\varphi_{10} + \Delta\varphi_{11} + \frac{r_2}{r_1}\Delta\varphi_2$ mit

$$\Delta\varphi_{10} = \frac{M_T}{G_1 I_{t10}} \cdot \frac{\ell_1}{2} \qquad mit\ \ I_{t10} = \frac{\pi}{2} b^4$$
$$\Delta\varphi_{11} = \frac{M_T}{G_1 I_{t11}} \cdot \frac{\ell_1}{2} \qquad mit\ \ I_{t11} = \frac{54}{8} b^3 t$$
$$\Delta\varphi_2 = \frac{r_2}{r_1} \frac{M_T - F\,r_1}{G_2 I_{t2}} \ell_2 \qquad mit\ \ I_{t2} = \frac{\pi D^4}{32}\left(1-\frac{16}{81}\right)$$

11. Aufgabe: $N_3 = F \dfrac{2\sqrt{2}+\frac{5}{2}}{1+\sqrt{2}+\frac{3\,EI}{EA\,a^2}}$

12. Aufgabe: $k = \dfrac{\pi^2 EI}{8\,\ell^3}$

STUDENTENJAHRGANG 1997

GRUNDZÜGE DER MECHANIK III

VOREXAMENSKLAUSUR

TERMIN: 06.01.1999

BEARBEITUNGSDAUER: 2 ½ H

Kurzfragenteil

Aufgabe 1.1 (1 Punkt):

Welcher Sachverhalt wird durch die Konstante $g = 9{,}81\,\mathrm{N/kg}$ ausgedrückt ?

Aufgabe 1.2 (1 Punkt):

Was besagt das Trägheitsaxiom von Galilei ?

Aufgabe 1.3 (1 Punkt):

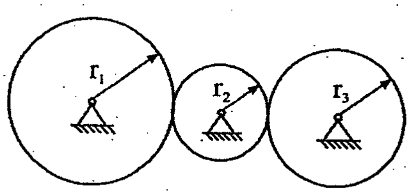
Welche Beschleunigung erfährt ein Satellit auf seiner kreisförmigen Umlaufbahn um die Erde (Höhe h=300 km, Erdradius R= 6700 km) (Formel oder Zahlenwert ± 10%) ?

Aufgabe 1.4 (1 Punkt):

Nennen Sie zwei Beispiele für konservative Kräfte !

Aufgabe 1.5 (1 Punkt):

Geben Sie das Übersetzungsverhältnis n_3 / n_1 des skizzierten Getriebes an !
(n = Drehzahl)



Aufgabe 1.6 (1 Punkt):

Geben Sie den Drallvektor bezüglich des Schwerpunktes für einen Starrkörper in ebener Bewegung an !

Aufgabe 1.7 (1 Punkt):

Bei welchen mechanischen Problemstellungen wenden Sie mit Vorteil den Impuls- und Drallsatz an ?

Aufgabe 1.8 (1 Punkt):

Skizzieren Sie den Zeitverlauf einer gedämpften Schwingung eines Schwingers mit einem Freiheitsgrad für die Anfangsbedingungen $q_0 < 0$, $\dot{q}_0 > 0$!

Aufgabe 1.9 (1 Punkt):

Was versteht man unter einer statischen Unwucht ?

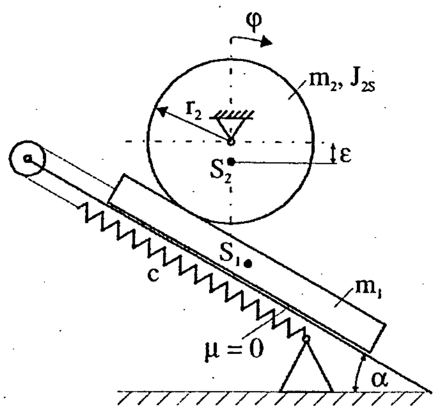
Aufgabe 1.10 (1 Punkt):

Was versteht man unter Nutation eines Kreisels ?

Aufgabenteil

Aufgabe 2 (8 Punkte):

Ein Brett (Masse m_l) liegt auf einer schiefen Ebene und ist über eine Umlenkrolle mit einer vorgespannten Zugfeder (Verlängerung $\Delta\ell_0$ aus der entspannten Lage) verbunden. Das skizzierte System setzt sich aus der Ruhe in Bewegung. Die mittig gelagerte Scheibe (m_2, J_{2S}, r_2, Schwerpunktexzentrizität ε) rollt dann ohne zu rutschen auf dem Brett, das reibungsfrei auf der schiefen Ebene gleitet.



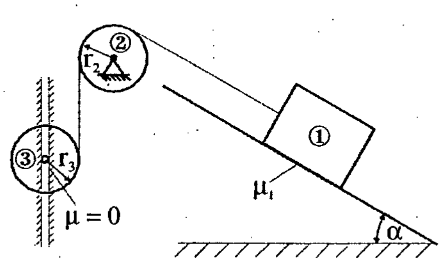
a) Geben Sie die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(\varphi)$ der Scheibe als Funktion des Winkels φ an.

b) Wie groß muß die Federsteifigkeit c mindestens sein, damit das Brett nach oben gezogen wird?

Gegeben: m_l, m_2, J_{2S}, r_2, ε, α, c, $\Delta\ell_0$

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Ein Klotz ① liegt auf einer schiefen Ebene. Der Reibbeiwert zwischen Klotz und Ebene ist μ_1. Ein dehnstarres Seil wird über die reibungsfrei gelagerte Rolle ② (Seilhaftung) zur vertikal reibungsfrei geführten Rolle ③ umgelenkt. Das Seil ist auf der Rolle ③ aufgerollt. Das skizzierte System wird aus der Ruhe sich selbst überlassen.



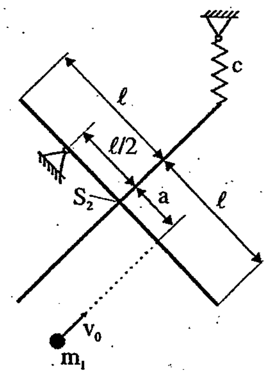
a) Wieviele Freiheitsgrade hat das System? Welche?

b) Geben Sie den vollständigen Ansatz zur Bestimmung der Beschleunigungen der drei Körper an.

Gegeben: m_l, m_2, J_{2S}, m_3, J_{3S}, r_2, r_3, α, μ_l

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Das System aus zwei zu einem Kreuz starr verbundenen Stäben (Länge je 2ℓ, Masse je m_2) ist wie skizziert gelagert. Die Feder hält das Kreuz im Gleichgewicht. Ein Massenpunkt (m_1) trifft im geraden Stoß (Stoßzahl e) mit der Geschwindigkeit v_0 auf das ruhende Kreuz.



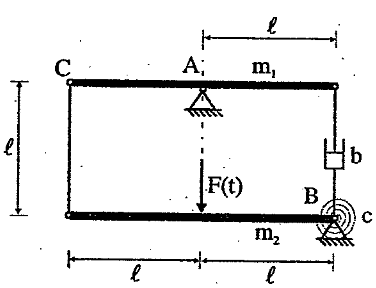
a) Welche Winkelgeschwindigkeit Ω_2 hat das Kreuz unmittelbar nach dem Stoß?

b) Für welchen Abstand a verschwindet der Lagerstoß?

Gegeben: m_1, m_2, ℓ, a, v_0, e, c

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Zwei Balken der Massen m_1 und m_2 bilden mit einer Drehfeder c, einem Dämpfer b und einem masselosen, starren Stab ein schwingungsfähiges System. Am unteren Balken greift eine Kraft F(t) an.



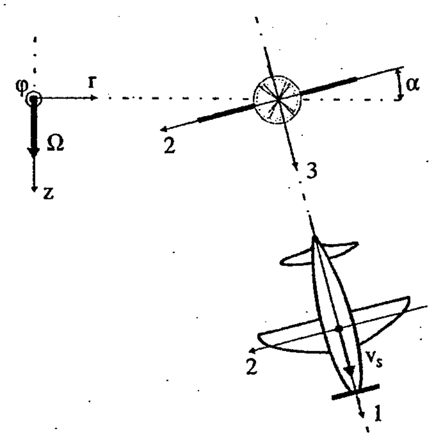
a) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage auf.

b) Geben Sie die Kennkreisfrequenz, das Dämpfungsmaß sowie die wirksame Erregerkraftamplitude an.

c) Welche Amplitude stellt sich am Punkt C in Abhängigkeit vom Frequenzverhältnis ein?

Gegeben: m_1, m_2, c, b, ℓ, $F(t)=\hat{F}\cos\Omega t$, $J_{1S}=\frac{1}{3}m_1\ell^2$, $J_{2B}=\frac{4}{3}m_2\ell^2$

Aufgabe 6 (8 Punkte)



Ein Flugzeug fliegt im stationären Kurvenflug horizontal mit der Bahngeschwindigkeit v_S. Das Flugzeug hat die Massenträgheitsmomente J_1, J_2, J_3 bzgl. des skizzierten zentralen Hauptachsensystems. Der Propeller (Drehzahl n_P in 1-Richtung), hat zusätzlich ein Massenträgheitsmoment J_P um die 1-Achse.

a) Berechnen Sie die auf das Flugzeug wirkenden äußeren Momente, die notwendig sind, um den beschriebenen stationären Kurvenflug zu ermöglichen.

b) Geben Sie das resultierende Moment, das aufgebracht werden muß, um die Dralländerung des Propellers hervorzurufen, nach Betrag und Richtung in den skizzierten Zylinderkoordinaten (r, φ, z) an.

Gegeben: J_P, J_1, J_2, J_3, $v_S = \Omega R$, n_P, α

Lösungen zur Mechanik III-Klausur vom 6. Januar 1999

1. Aufgabe: Kurzfragen ohne Lösung

2. Aufgabe:

a) $$\dot{\varphi}^2 = \frac{2\left[\frac{1}{2}c\left(\Delta\ell_0^2-(\Delta\ell_0-r_2\varphi)^2\right)-m_1 g\sin\alpha\; r_2\varphi-m_2 g\varepsilon(1-\cos\varphi)\right]}{J_A+m_1 r_2^2}$$

b) $$c>\frac{m_1 g\sin\alpha}{\Delta\ell_0}$$

3. Aufgabe:

a) zwei Freiheitsgrade, z.B. Translation von Klotz (1) und Rolle (3)

b) Schwerpunktsatz für Klotz (1) und Rolle (3),
Momentensatz für die Rollen (2) und (3),
Reibgesetz,
zwei kinematische Beziehungen zwischen vier Koordinaten:
→ 7 Gleichungen für 7 Unbekannte
(3 innere Kräfte, 4 kinematische Größen)

4. Aufgabe:

a) $$\Omega_2 = \frac{m_1 v_0(1+e)\left(a+\frac{\ell}{2}\right)}{\frac{7}{6}m_2\ell^2+m_1\left(a+\frac{\ell}{2}\right)^2}$$

b) $\int A\,dt=0$ für $a=\frac{2}{3}\ell$

5. Aufgabe:

a) $$\underbrace{\frac{2}{3}(m_1+m_2)\ell^2}_{J_{ges}}\ddot{\varphi}+\underbrace{2b\ell^2}_{b_{ges}}\dot{\varphi}+\underbrace{\frac{1}{2}c}_{c_{ges}}\varphi=\hat{F}\,\ell\cos\Omega t$$

b)

$$\omega_0^2 = \frac{c_{ges}}{J_{ges}}$$

$$D = \frac{b_{ges}}{2\sqrt{c_{ges}J_{ges}}}$$

$$\hat{f} = \frac{\hat{F}\ell}{c_{ges}}$$

c)

$$\hat{x}_c = \ell\hat{\varphi} = \ell\hat{f}\,V_3(\eta, D)$$

mit $V_3(\eta, D) = \dfrac{1}{\sqrt{\left(1-\eta^2\right)^2 + (2D\eta)^2}}$

und $\eta = \Omega/\omega_0$

6. Aufgabe:

a)

$$\begin{aligned} M_1 &= -\omega_2\,\omega_3\,(J_2 - J_3) \\ M_2 &= \omega_1\,\omega_3\,J_P \\ M_3 &= -\omega_1\,\omega_2\,J_P \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2\pi n_P \\ \omega_2 &= \Omega\sin\alpha \\ \omega_3 &= \Omega\cos\alpha \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} M_r &= -M_2\cos\alpha + M_3\sin\alpha = -J_P\,\omega_1\Omega \\ M_z &= M_2\sin\alpha + M_3\cos\alpha = 0 \\ M_\varphi &= 0 \end{aligned}$$

STUDENTENJAHRGANG 1997

GRUNDZÜGE DER MECHANIK III

VOREXAMENSKLAUSUR

TERMIN: 01.04.1999

BEARBEITUNGSDAUER: 2 ½ H

Kurzfragenteil

Aufgabe 1.1 (1 Punkt):

Welcher physikalische Sachverhalt wird durch die Gleichung $G = mg$ ausgedrückt (G= Gewicht, m = Masse eines Körpers) (eine von 2 Möglichkeiten)?

Aufgabe 1.2 (1 Punkt):

Geben Sie die Aussage des dynamischen Grundgesetzes von Newton mit eigenen Worten wieder!

Aufgabe 1.3 (1 Punkt):

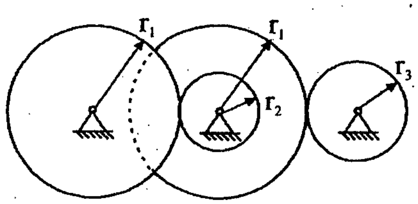
Welche Beschleunigung erfährt der Mond (Erdradius R= 6370 km; Abstand Erde/Mond a = 387.000 km ≈ 60 Erdradien) auf seiner kreisförmigen Umlaufbahn um die Erde (entweder Zahlenwert ± 10% oder Formel) ?

Aufgabe 1.4 (1 Punkt):

Nennen Sie zwei Beispiele für nichtkonservative Kräfte !

Aufgabe 1.5 (1 Punkt):

Geben Sie das Übersetzungsverhältnis n_3/n_1 des skizzierten Getriebes an !
(n = Drehzahl)



Aufgabe 1.6 (1 Punkt):

Wie groß ist die kinetische Energie eines Starrkörpers in ebener Bewegung ?

Aufgabe 1.7 (1 Punkt):

Bei welchen mechanischen Problemstellungen wenden Sie mit Vorteil den Arbeitssatz oder den Energiesatz an ?

Aufgabe 1.8 (1 Punkt):

Skizzieren Sie den Zeitverlauf einer Kriechbewegung eines Schwingers mit einem Freiheitsgrad für die Anfangsbedingungen $q_0 < 0$, $\dot{q}_0 > 0$ (2 Möglichkeiten)!

Aufgabe 1.9 (1 Punkt):

Was versteht man unter einer dynamischen Unwucht ?

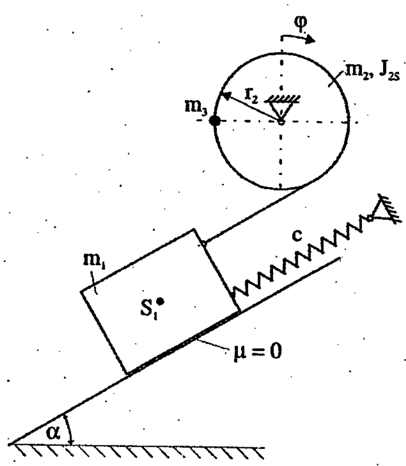
Aufgabe 1.10 (1 Punkt):

Was versteht man unter der Präzessionsbewegung eines Kreisels ?

Aufgabenteil

Aufgabe 2 (8 Punkte)

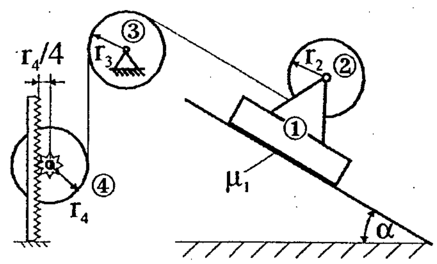
Ein Klotz (Masse m_1) liegt auf einer glatten schiefen Ebene. Er ist einerseits mit einer entspannten Feder verbunden, andererseits über ein Seil mit einer Scheibe, auf der das Seil aufgerollt ist. An der im Schwerpunkt gelagerten Scheibe (m_2, J_{2S}, r_2) ist außen eine Zusatzmasse m_3 befestigt. Das skizzierte System setzt sich aus der Ruhe in Bewegung.



c) Geben Sie die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(\varphi)$ der Scheibe als Funktion des Winkels φ an.
d) Geben Sie die Bedingung an, damit sich der Klotz abwärts bewegt.

Gegeben: m_1, m_2, J_{2S}, r_2, m_3, α, c

Aufgabe 3 (8 Punkte)

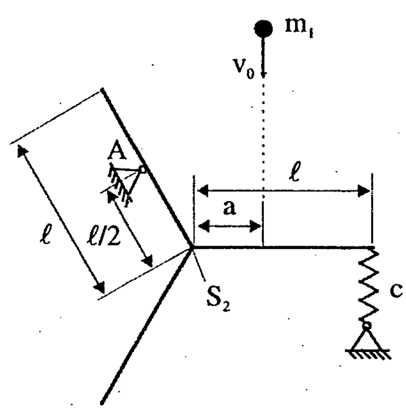


Ein Schlitten ①, der eine reibungsfrei gelagerte Rolle ② trägt, liegt auf einer rauhen schiefen Ebene. Der Reibbeiwert zwischen Schlitten und Ebene ist μ_1. Ein Seil wird über die reibungsfrei gelagerte Rolle ③ (Seilhaftung) zur vertikal in einer Zahnstange geführten Rolle ④ umgelenkt. Das Seil ist auf den Rollen ② und ④ aufgerollt. Das skizzierte System wird aus der Ruhe sich selbst überlassen.

c) Wie viele Freiheitsgrade hat das System? Welche?
d) Geben Sie den vollständigen Ansatz zur Bestimmung der Beschleunigungen der vier Körper an.

Gegeben: m_1, m_2, J_{2S}, m_3, J_{3S}, m_4, J_{4S}; r_2, r_3, r_4, α, μ_1

Aufgabe 4 (8 Punkte)

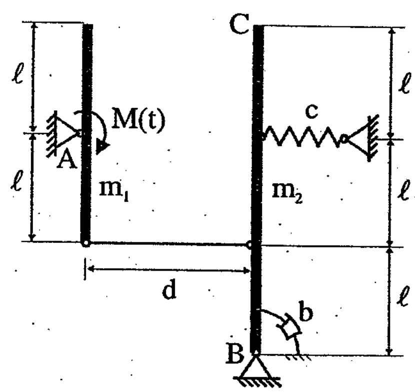


Das System aus drei im Winkel von je 120° starr verbundenen Stäben (Länge je ℓ, Masse je m_2) ist wie skizziert gelagert. Die Feder hält die Konstruktion im Gleichgewicht. Ein Massenpunkt (m_1) trifft im glatten geraden Stoß (Stoßzahl e) mit der Geschwindigkeit v_0 auf die ruhende Stabkonstruktion.

c) Welche Winkelgeschwindigkeit Ω_2 hat die Stabkonstruktion unmittelbar nach dem Stoß?
d) Wie groß ist der horizontale Lagerstoß im Lager A?

Gegeben: m_1, m_2, ℓ, a, v_0, e, c

Aufgabe 5 (9 Punkte)



Zwei Balken der Massen m_1 und m_2 bilden mit einer Feder c, einem Drehdämpfer b und einem masselosen, starren Stab ein schwingungsfähiges System. Am linken Balken greift in der Mitte ein Moment M(t) an.

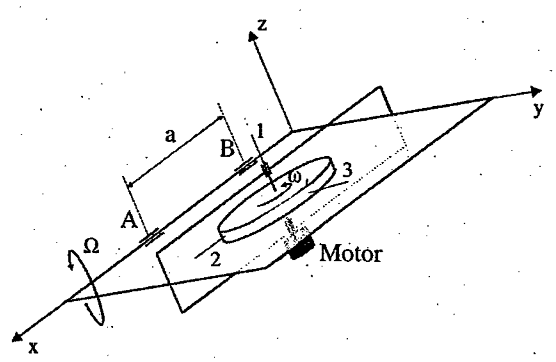
a) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage auf.

b) Geben Sie die Kennkreisfrequenz, das Dämpfungsmaß sowie die wirksame Erregerkraftamplitude an und beantworten Sie die Frage nach der statischen Stabilität der Gleichgewichtslage.

c) Welcher Verstärkungsfaktor und welche Phase stellen sich für $\Omega = \frac{3}{4}\omega_0$ und D = 0,1 ein?

Gegeben: m_1, m_2, c, b, ℓ, $M(t) = \hat{M}\cos\Omega t$, $J_{1A} = \frac{1}{3} m_1 \ell^2$, $J_{2B} = 3 m_2 \ell^2$

Aufgabe 6 (7 Punkte)



Eine Kreiselplattform wird um die raumfeste Achse x mit der Winkelgeschwindigkeit Ω = *const.* gedreht. Der auf der Plattform befestigte Kreisel (Winkelgeschwindigkeit ω_1, Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_1$) hat die Massenträgheitsmomente J_1, J_2, J_3 bzgl. des skizzierten zentralen Hauptachsensystems. Der Kreisel wird über einen Motor, der sich an der Kreiselplattform abstützt, angetrieben.

Berechnen Sie die Kräftepaare in den Scharnieren A und B, die infolge der Kreiselwirkung auftreten, nach Betrag und Richtung.

Gegeben: J_1, $J_2 = J_3$, Ω = *const.*, ω_1, $\dot{\omega}_1$

Lösungen zur Mechanik III-Klausur vom 1. April 1999

1. Aufgabe: Kurzfragen ohne Lösung

2. Aufgabe:

a) $\dot{\varphi}^2 = \dfrac{2\left[m_1 g\, r_2 \varphi \sin\alpha - m_3 g\, r_2 \sin\varphi - \frac{1}{2} c (r_2 \varphi)^2\right]}{J_{2S} + (m_1 + m_3) r_2^2}$

b) $m_1 \sin\alpha > m_3$

3. Aufgabe:

a) Zwei Freiheitsgrade, z.B. Translation des Schlittens (1) und Rotation der Scheibe (4)

b) Schwerpunktsatz für Schlitten (1) und Scheibe (4),
Momentensatz für Scheiben (2), (3) und (4),
Reibgesetz zwischen Schlitten und schiefer Ebene,
drei kinematische Beziehungen zwischen Translation und Rotation der 4 Körper:
→ 9 Gleichungen für 9 Unbekannte
(4 innere Kräfte, 5 kinematische Größen)

4. Aufgabe:

a) $\Omega_2 = \dfrac{m_1 v_0 (1+e)\left(a + \frac{\ell}{4}\right)}{J_A + m_1 \left(a + \frac{\ell}{4}\right)^2}$

b) $\int A_H\, dt = -\dfrac{3\sqrt{3}}{4} m_2 \ell \Omega_2$

5. Aufgabe:

a) $\underbrace{(J_{1A} + J_{2B})}_{J_{ges}} \ddot{\varphi} + b\dot{\varphi} + \underbrace{\left(4c\ell^2 - \frac{3}{2} m_2 g \ell\right)}_{c_{ges}} \varphi = \hat{M} \cos\Omega t$

b)

$\omega_0^2 = \dfrac{c_{ges}}{J_{ges}}$

$D = \dfrac{b}{2 J_{ges} \omega_0} = \dfrac{b}{2\sqrt{c_{ges} J_{ges}}}$

$\hat{f} = \dfrac{\hat{M}}{c_{ges}}$

Gleichgewichtslage ist statisch stabil für $c_{ges} > 0$

c)

$$V_3\left(\eta=\frac{3}{4};\ D=0{,}1\right)\approx 2{,}16$$

$$\tan_3=\frac{2\cdot 0{,}1\cdot\frac{3}{4}}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2}\approx 0{,}343$$

6. Aufgabe:

$$A_z\,a=-B_z\,a=J_1\,\omega_1\,\Omega$$
$$A_y\,a=-B_y\,a=J_1\,\dot{\omega}_1$$

STUDENTENJAHRGANG 1998

GRUNDZÜGE DER MECHANIK I + II

VOREXAMENSKLAUSUR

TERMIN: 06.07.1999

BEARBEITUNGSDAUER: 4 H

Kurzfragen zur Stereostatik

Aufgabe 1.1 (1 Punkt)

a) Was verstehen Sie unter einem Axiom?

b) Auf welchem Axiom beruht das Schnittprinzip?

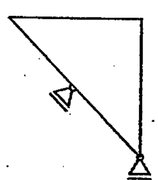
Aufgabe 1.2 (1 Punkt)

Berechnen Sie das axiale Moment der Kraft $\vec{F} = 3\,\vec{e}_x + 9\,\vec{e}_y - 3\,\vec{e}_z$ bezüglich der Achse mit der Richtung $\vec{a} = -\,\vec{e}_x - 3\,\vec{e}_y + \vec{e}_z$!

Aufgabe 1.3 (1 Punkt)

a) Geben Sie die Abzählformel für die statische Unbestimmtheit ebener Systeme allgemein an !

b) Ordnen Sie für das gegebene System ein drittes Lager so an, daß es nach dem Abzählkriterium statisch bestimmt, aber infinitesimal verschieblich ist !



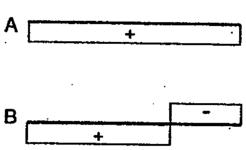
Aufgabe 1.4 (1 Punkt)

Geben Sie mindestens 2 Idealisierungen an, die i.a. einer Fachwerkberechnung zugrundegelegt werden!

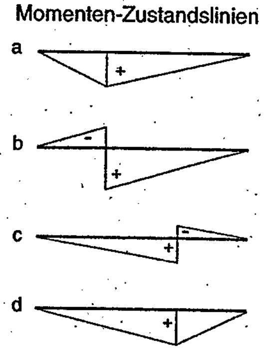
Aufgabe 1.5 (1 Punkt)

Ordnen Sie den dargestellten Zustandslinien für die Querkraft den jeweils korrespondierenden Momentenverlauf zu !

Querkraft-Zustandslinien



Momenten-Zustandslinien

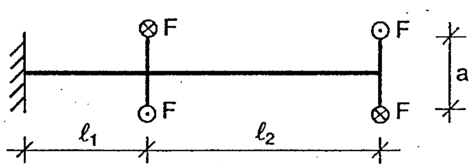


A → ____ ?

B → ____ ?

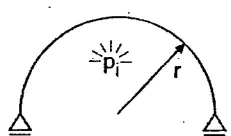
Aufgabe 1.6 (1 Punkt)

Skizzieren Sie den Verlauf des Torsionsmoments!



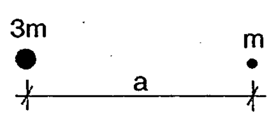
Aufgabe 1.7 (1 Punkt)

Wie groß ist die resultierende Druckkraft bei dem dargestellten halbkugelförmigen Behälterdeckel unter Innendruck?



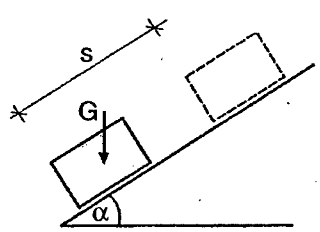
Aufgabe 1.8 (1 Punkt)

Wo liegt der gemeinsame Schwerpunkt der beiden dargestellten Punktmassen?



Aufgabe 1.9 (1 Punkt)

Welche mechanische Arbeit wird verrichtet, wenn der Quader (Gewicht *G*) ohne Reibung um das Maß *s* die schiefe Ebene hinauf bewegt wird?



Aufgabe 1.10 (1 Punkt)

a) Definieren Sie den Begriff *indifferentes Gleichgewicht*!

b) Geben Sie ein einfaches Beispiel aus der Starrkörpermechanik!

Kurzfragen zur Elastostatik

Aufgabe 2.1 (1 Punkt)

Geben Sie die allgemeine Form der Spannungsmatrix nach einer Transformation auf die Hauptnormalspannungsrichtungen an !

Aufgabe 2.2 (1 Punkt)

Woraus ergibt sich die Symmetrie der Spannungsmatrix ?

Aufgabe 2.3 (1 Punkt)

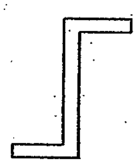
Unter Annahme eines ebenen Spannungszustandes wurden die Normalspannungen $\sigma_x = 80\,\mathrm{N/mm^2}$ und $\sigma_y = 40\,\mathrm{N/mm^2}$ ermittelt. Wie groß ist σ_I, wenn $\sigma_{II} = 15\,\mathrm{N/mm^2}$ berechnet wurde ?

Aufgabe 2.4 (1 Punkt)

Welche Gleitung γ_{xy} stellt sich ein, wenn ein Prüfkörper (G, α) mit der Schubspannung τ_{xy} belastet und um ΔT erwärmt wird ?

Aufgabe 2.5 (1 Punkt)

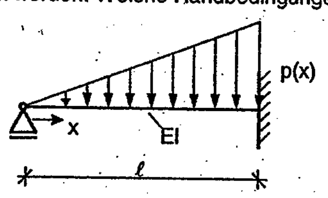
Geben Sie für das dargestellte Profil die ungefähre Lage der Trägheitshauptachse mit dem kleineren Flächenmoment 2. Grades an !



Begründen Sie Ihre Angabe !

Aufgabe 2.6 (1 Punkt)

Ausgehend von der Belastung p(x) soll für das dargestellte System die Biegelinie w(x) ermittelt werden. Welche Randbedingungen werden benötigt ?



Aufgabe 2.7 (1 Punkt)

a) Erläutern Sie den Begriff Verwölbung !

b) Welche Annahme wird in der Torsionstheorie nach de St. Venant hinsichtlich der Verwölbung getroffen ?

Aufgabe 2.8 (1 Punkt)

Geben Sie ein Beispiel für passive Formänderungsarbeit !

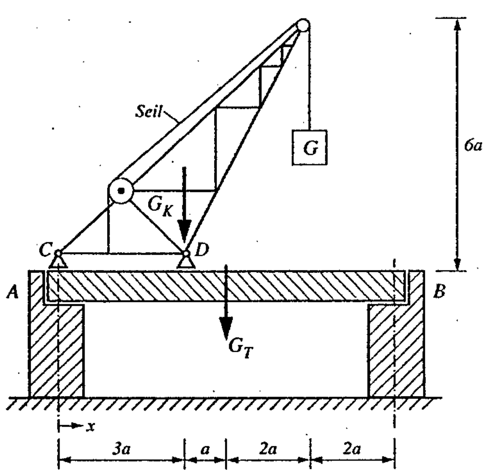
Aufgabe 2.9 (2 Punkte)

a) Was versteht man unter der Theorie II. Ordnung ?

b) Erläutern Sie Ihre Antwort anhand eines einfachen Systems, für das die kritische Last bestimmt wird !

Aufgaben zur Stereostatik

3. Aufgabe (6 Punkte)



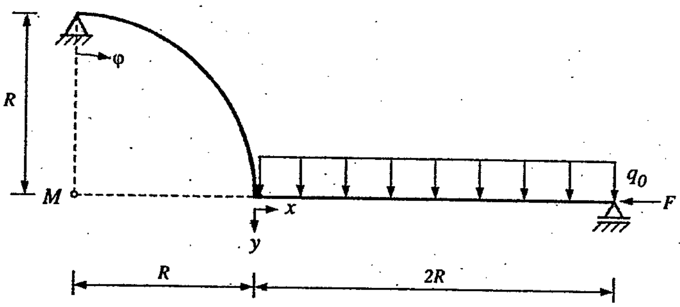
Ein Schienenkran (Gewicht G_K) überfährt mit einer angehängten Last (Gewicht G) eine Brücke (Fahrbahnplatte: Gewicht G_T).

a) Welche Auflagerkräfte ergeben sich in C und D ?

b) Bis zu welcher Stelle x darf der Kran fahren, damit im Lager A keine Zugkräfte auftreten?

Geg.: $G_K,\ G = \frac{2}{3} G_K,\ G_T = \frac{1}{2} G_K,\ a$

4. Aufgabe (10 Punkte)

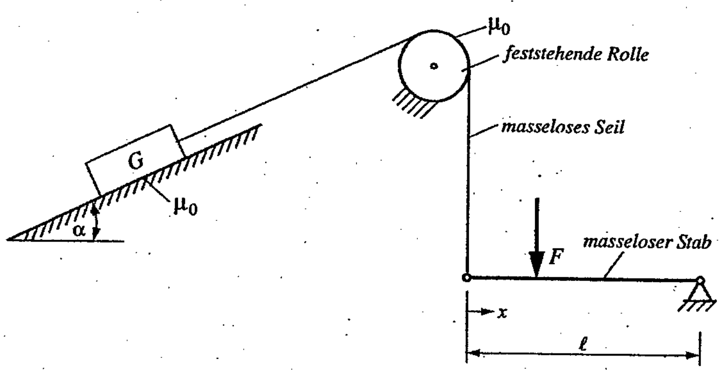


Das skizzierte Tragwerk ist durch eine Streckenlast q_0 und eine Einzellast F belastet.

a) Berechnen Sie die Schnittgrößen im Kreisbogen und im geraden Balken!
b) Zeichnen Sie die Zustandslinien unter Angabe der maßgeblichen Ordinaten für $F = q_0 R$!

Geg.: R, q_0, F

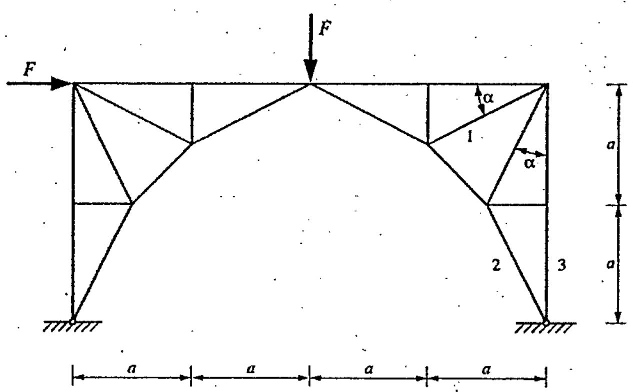
5. Aufgabe (9 Punkte)



Ermitteln Sie für das skizzierte System den größtmöglichen Bereich, in dem die Kraft F auf dem Stab angreifen darf, damit das System gerade noch in Ruhe bleibt!

Geg.: G, μ_0, F, ℓ, α.

6. Aufgabe (8 Punkte)



An dem skizzierten Rahmenfachwerk greifen zwei Kräfte F an.

a) Kennzeichnen Sie im Aufgabenblatt die offensichtlichen Nullstäbe !

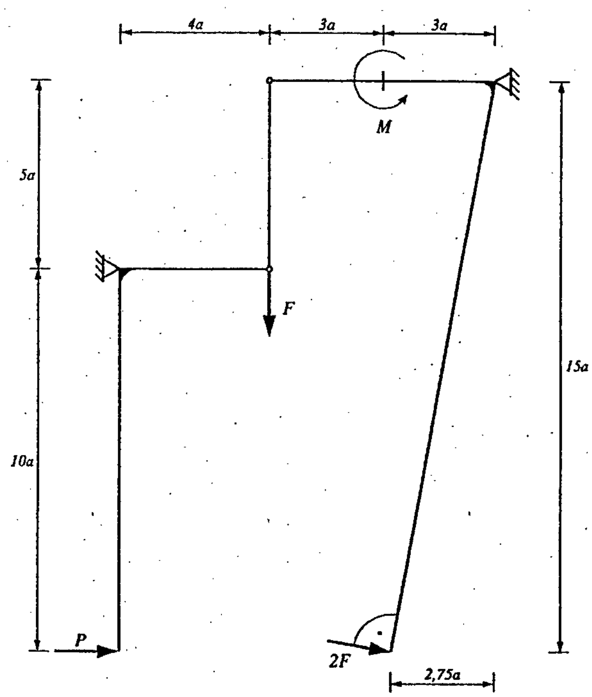
b) Berechnen Sie die Kräfte in den Stäben 1, 2 und 3 !

Geg.: a, F, $\alpha = 30°$

7. Aufgabe (7 Punkte)

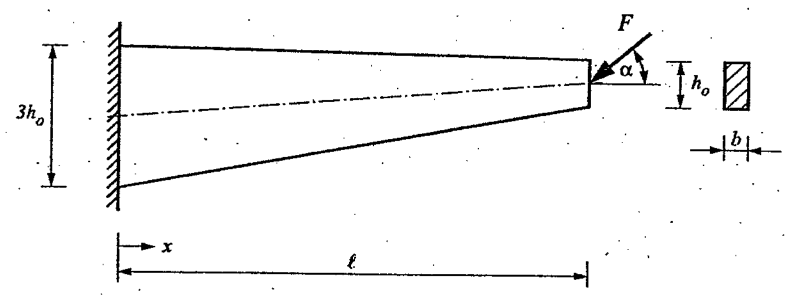
Das skizzierte reibungsfreie Hebelsystem soll durch die Kraft P im Gleichgewicht gehalten werden. Berechnen Sie mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen die dafür notwendige Größe von P!

Geg.: a, F, $M = F \cdot a$



Aufgaben zur Elastostatik

8. Aufgabe (9 Punkte)



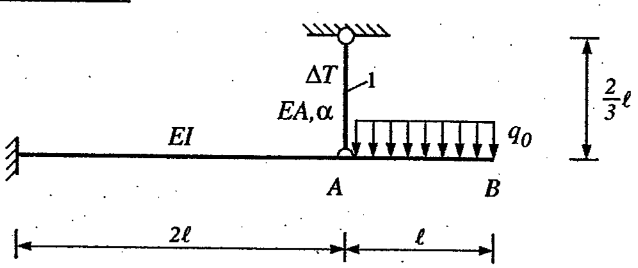
Ein linear über die Länge ℓ veränderlicher Kragträger ist durch eine Kraft F belastet.

a) Berechnen Sie den Ort und die Größe der maximalen Normalspannung für $\alpha = \pi/2$!

b) Wie verläuft die Linie der neutralen Faser für $\sin\alpha = 0{,}6$?

Geg.: ℓ, F, $h_0 = \frac{1}{10}\ell$, α, b

9. Aufgabe (9 Punkte)



Das dargestellte System ist im unbelasteten Zustand spannungsfrei.

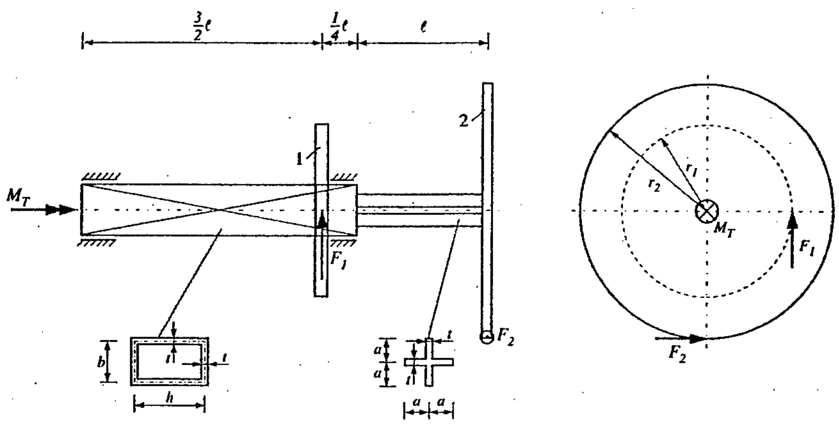
a) Welche Temperaturänderung ΔT muss der Stab 1 erfahren, damit der Punkt A seine Lage gegenüber dem unbelasteten Zustand beim Aufbringen der Streckenlast q_0 nicht ändert?

b) Wie weit senkt sich dann der Punkt B ab ?

Geg.: $q_0, \ell, \alpha, EA, EI$

(Hinweis: Biegetafel)

10. Aufgabe (9 Punkte)



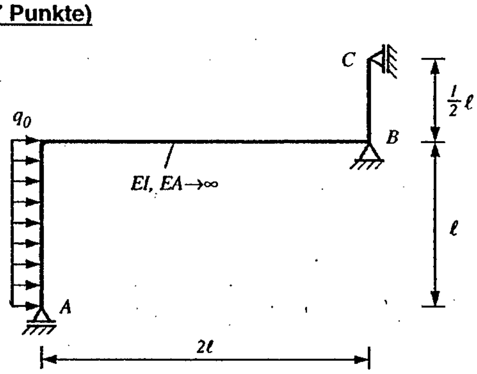
Die Welle befindet sich unter dem Antriebsmoment M_T und den an den Rädern 1 und 2 tangential angreifenden Kräften F_1 und F_2 im Gleichgewicht.

a) Bestimmen Sie die Breite b>>t des linken Kastenprofils und die Abmessung a>>t des kreuzförmigen Querschnittsprofils so, daß die maximale Schubspannung τ_{zul} eingehalten wird!

b) Wie groß ist die Gesamtverdrehung der Welle für $b = \frac{3}{4}h$ und $a = h$?

Geg.: $F = F_1 = \frac{3}{4}F_2,\ t << h,\ 10r = r_1 = \frac{2}{3}r_2,\ h,\ G,\ \tau_{zul}$

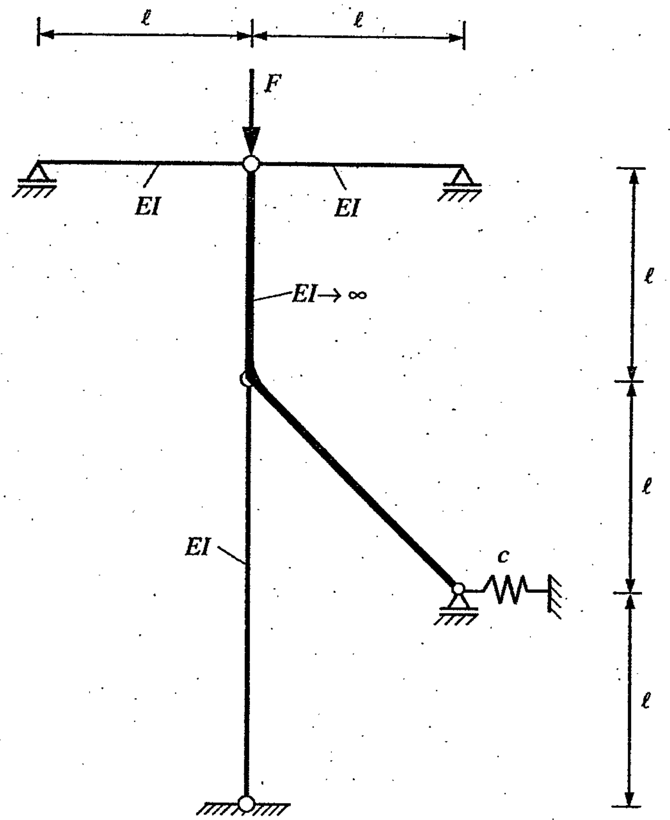
11. Aufgabe (7 Punkte)



Für das skizzierte System ist die Auflagerkraft im Punkt C zu bestimmen!

Geg.: $\ell,\ q_0,\ EI,\ EA \to \infty$

12. Aufgabe (6 Punkte)



Bestimmen Sie für das dargestellte System die Biegesteifigkeit EI so, daß die beiden kritischen Lasten des Systems gleich sind !

Geg.: F, ℓ, c

Lösungen zur Mechanik I/II - Klausur vom 6. Juli 1999

1. Aufgabe: ohne Lösung

2. Aufgabe: ohne Lösung

3. Aufgabe: a) $C=-\frac{2}{3}G_K$, $D=\frac{7}{3}G_K$

b) $x=5a$

4. Aufgabe:

a) Kreisbogen:

$$N=\left(\frac{2}{3}q_0R-\frac{1}{3}F\right)\sin\varphi-F\cos\varphi$$

$$Q=\left(\frac{2}{3}q_0R-\frac{1}{3}F\right)\cos\varphi+F\sin\varphi$$

$$M=\left(\frac{2}{3}q_0R-\frac{1}{3}F\right)R\sin\varphi+FR(1-\cos\varphi)$$

Balken:

$$N=-F$$

$$Q=q_0\left(\frac{2}{3}R-x\right)-\frac{1}{3}F$$

$$M=-\frac{1}{2}q_0x^2+\frac{1}{3}x(2q_0R-F)+\frac{2}{3}R(q_0R+F)$$

b) ohne Lösung

5. Aufgabe:

$$\left[-\frac{G}{F}e^{-\mu\beta}(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)+1\right]\ell\geq x$$

$$\left[-\frac{G}{F}e^{\mu\beta}(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)+1\right]\ell\leq x$$

6. Aufgabe:

a) ohne Lösung

b) $S_1=\dfrac{2F\left(\frac{1}{3}\sqrt{3}-1\right)}{1+\frac{1}{3}\sqrt{3}}$, $S_2=-2F$,

$$S_3=-F\left(1-\sqrt{3}\right)$$

7. Aufgabe:

$$P=2{,}5\,F$$

8. Aufgabe:

a) $x=\frac{1}{2}\ell,\ \sigma_x=\left|-\frac{15}{2}\frac{F}{b\,h_0}\right|$

b) $z(x)=\frac{h_0^2}{9}\frac{\left(3-2\frac{x}{10h_0}\right)^2}{x-10h_0}$

Hinweis: Die Neigung der Mittellinie ist zu vernachlässigen.

9. Aufgabe:

a) $\Delta T=-\frac{11}{8}\frac{q_0\ell}{EA\alpha}$

b) $w_B=\frac{3}{8}\frac{q_0\,\ell^4}{EI}$

10. Aufgabe:

a) $a=\frac{15\,F\,r}{\tau_{zul}\,t^2},\ b)\frac{30\,F\,r}{2\tau_{zul}\,h\,t}$

b) $\phi_{ges}=-\frac{F\,r\,\ell}{G\,t\,h}\left(\frac{700}{9h^2}+\frac{15}{t^2}\right)$

11. Aufgabe:

$$c=\frac{2}{5}q_0\,\ell$$

12. Aufgabe:

$$EI=\frac{8\,c\,\ell^3}{\pi^2}$$

STUDENTENJAHRGANG 1998

GRUNDZÜGE DER MECHANIK I + II

VOREXAMENSKLAUSUR

TERMIN: 28.09.1999

BEARBEITUNGSDAUER: 4 H

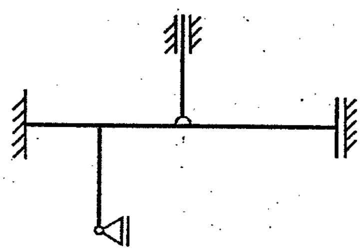
Kurzfragen zur Stereostatik

Aufgabe 1.1 (1 Punkt)

Auf welche resultierenden Kraftgrößen lässt sich eine allgemeine Kräftegruppe reduzieren?

Aufgabe 1.2 (2 Punkte)

a) An dem skizzierten System sollen sämtliche Lagerkräfte freigeschnitten werden. Zeichnen Sie das Freikörperbild !

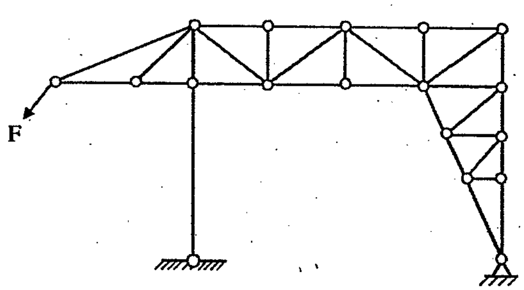


b) Welchen Grad der statischen Unbestimmtheit hat das System ?

Aufgabe 1.3 (2 Punkte)

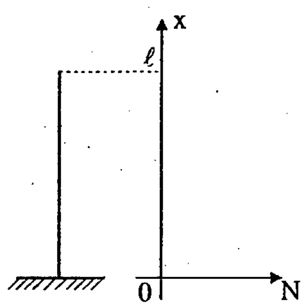
a) Nennen Sie 2 Lösungsverfahren zur Bestimmung der Stabkräfte eines Fachwerks !

b) Kennzeichnen Sie die offensichtlichen Nullstäbe des dargestellten Fachwerks !



Aufgabe 1.4 (1 Punkt)

Stellen Sie den Verlauf der Normalkraft im dargestellten stehenden Stab vom Gewicht G dar !



Aufgabe 1.5 (1 Punkt)

Unter welcher Bedingung fallen Massen-Mittelpunkt und Volumen-Mittelpunkt eines Körpers zusammen ?

Aufgabe 1.6 (1 Punkt)

Wann sind die Schnittgrößen mit den Methoden der Starrkörpermechanik bestimmbar ?

Aufgabe 1.7 (1 Punkt)

Wie groß darf der Neigungswinkel α eines Transportbandes höchstens sein, wenn Pakete mit der Gewichtskraft $F_G=200\ N$ befördert werden sollen ($\mu_0=0{,}5$) ?

Aufgabe 1.8 (1 Punkt)

a) Welche Arten von Gleichgewichtszuständen kennen Sie ?

b) Erläutern Sie die verschiedenen Arten anhand eines Beispiels !

Kurzfragen zur Elastostatik

Aufgabe 2.1 (1 Punkt)

Wodurch ist ein ebener Spannungszustand gekennzeichnet und welche Spannungen sind erforderlich, um ihn zu beschreiben ?

Aufgabe 2.2 (1 Punkt)

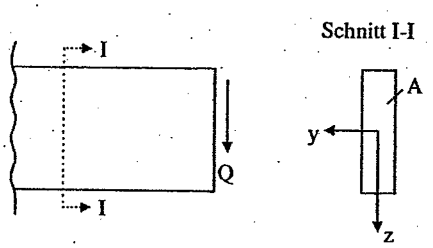
Was sind Hauptnormalspannungen ?

Aufgabe 2.3 (1 Punkt)

Welche Eigenschaften kennzeichnen einen Körper als linear-elastisch ?

Aufgabe 2.4 (2 Punkte)

a) Skizzieren Sie die Schubspannungsverteilung infolge Querkraft über den gegebenen Rechteckquerschnitt !



b) Begründen Sie den Betrag der Schubspannung am oberen und unteren Rand des Querschnitts !

Aufgabe 2.5 (1 Punkt)

Wie ist der Schubmittelpunkt definiert ?

Aufgabe 2.6 (1 Punkt)

Welche Aussagen liefern die beiden Bredtschen Formeln ? (Keine Angabe von Formeln notwendig!)

Aufgabe 2.7 (1 Punkt)

a) Was verstehen Sie unter der Theorie II. Ordnung ?

b) Wann berechnen Sie ein System nach der Theorie II. Ordnung ?

Aufgabe 2.8 (1 Punkt)

Zu welcher mathematischen Problemgruppe gehören die Knickprobleme ?

Aufgabe 2.9 (1 Punkt)

a) Wozu benötigt man Festigkeitshypothesen ?

b) Welche Festigkeitshypothesen sind gebräuchlich ?

Aufgaben zur Stereostatik

3. Aufgabe (8 Punkte)

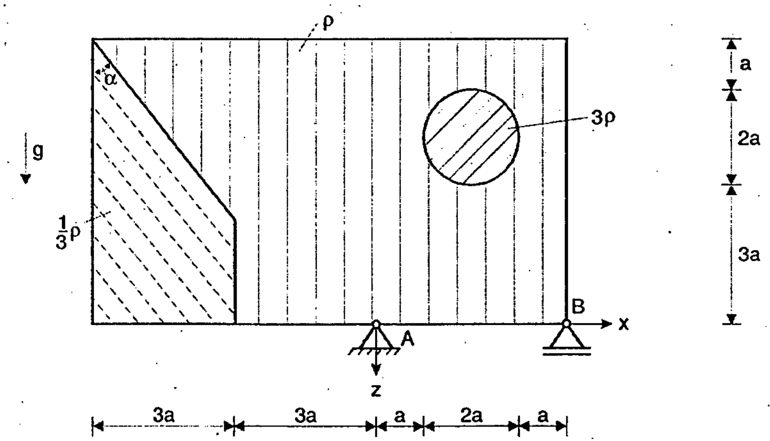
Die dargestellte Scheibe konstanter Dicke t ist in den Lagerpunkten A und B gestützt und besteht aus 3 Materialien unterschiedlicher Dichte. Sie wird durch ihr Eigengewicht belastet.

a) Bestimmen Sie den Winkel α so, dass die Auflagerkraft in B Null ist !

b) Berechnen Sie die Auflagerkräfte für den Winkel α=45° !

Geg.: ρ, a, t, g

Hinweis: Aufgabenteil b) ohne Aufgabenteil a) lösbar.



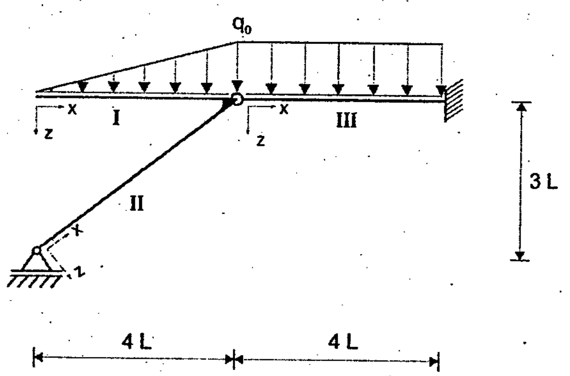
4. Aufgabe (11 Punkte)

Das skizzierte System ist durch eine konstante und eine linear veränderliche Streckenlast belastet.

a) Berechnen Sie die Schnittgrößen in den Bereichen I-III !

b) Zeichnen Sie die Zustandslinien unter Angabe der maßgeblichen Ordinaten !

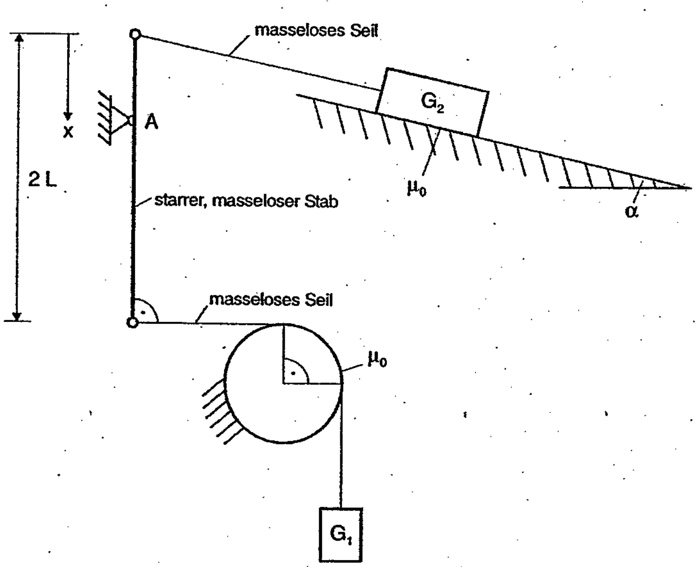
Geg.: q_0, L



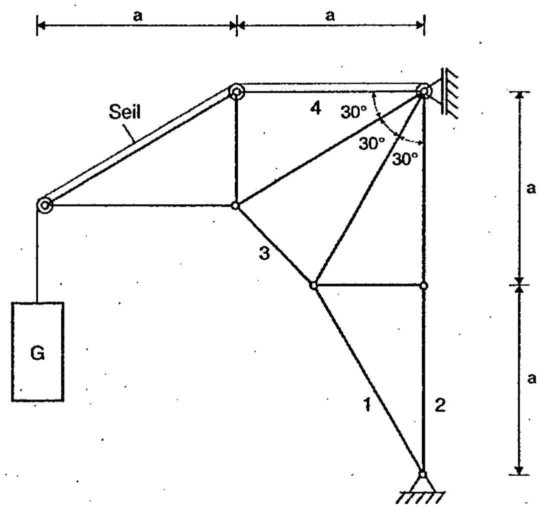
5. Aufgabe (8 Punkte)

In welchem Bereich x darf das Lager A entlang des Stabes angebracht werden, so dass das System gerade noch in Ruhe bleibt ?

Geg.: $G_1 = 2G$, $G_2 = G$, L, α, μ_0



6. Aufgabe (6 Punkte)



An dem skizzierten Kran hängt das Gewicht G.

a) Berechnen Sie die Auflagerkräfte !

b) Bestimmen Sie die Kräfte in den Stäben 1-4 !

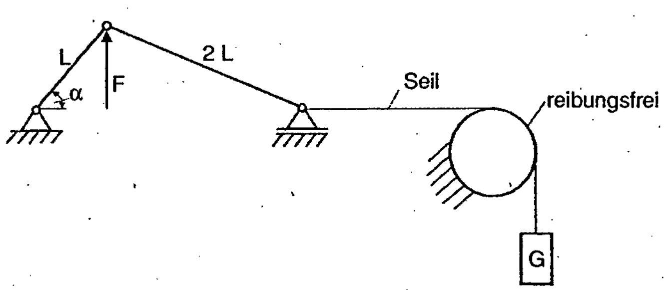
Geg.: G, a

7. Aufgabe (7 Punkte)

Der dargestellte Mechanismus soll die Höhe des Gewichts G steuern.

Ermitteln Sie mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen die Größe der Kraft F in Abhängigkeit vom Winkel α, um das Gewicht in einer beliebigen Höhe im Gleichgewicht zu halten !

Geg.: L, G, α



Hinweis: $\frac{1}{\cos^2\beta} = 1 + \tan^2\beta$

Aufgaben zur Elastostatik

8. Aufgabe (9 Punkte)

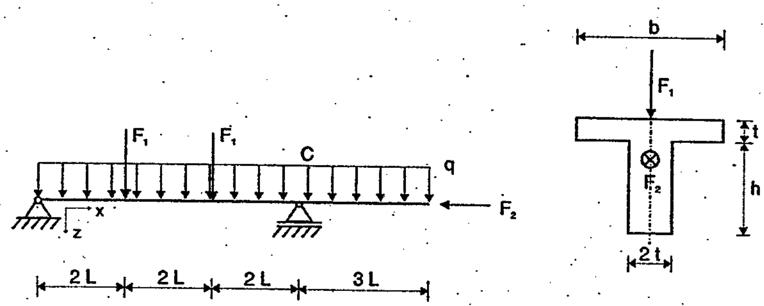
Der skizzierte Einfeldträger mit Kragarm wird durch eine Streckenlast q, zwei Kräfte F_1 und eine Kraft F_2 belastet, deren Wirkungslinien durch den Gesamtschwerpunkt des Querschnitts verlaufen.

a) Bestimmen Sie die Größe von F_2 so, dass am Lager C die maximale Druckspannung betragsmäßig gleich der maximalen Zugspannung ist!

b) Geben Sie die betragsmäßig größte Spannung im Schnitt $x=3L$ an! Setzen Sie dabei $F_2=-10\,F_1$!

Geg.: $F_1 = q \cdot L$, q, L, t, $h=5t$, $b=6t$

Hinweis: Aufgabenteil b) ohne Aufgabenteil a) lösbar.



9. Aufgabe (9 Punkte)

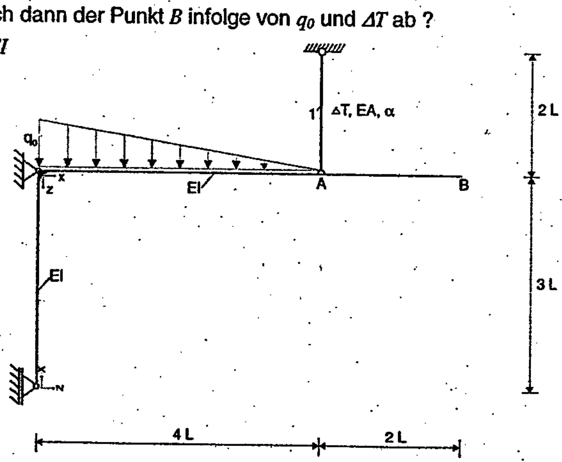
Das dargestellte Tragwerk ist im unbelasteten Zustand spannungsfrei.

a) Welche Temperaturänderung muss der Stab 1 erfahren, damit der Punkt A seine Lage gegenüber dem unbelasteten Zustand nicht ändert?

b) Wie weit senkt sich dann der Punkt B infolge von q_0 und ΔT ab?

Geg.: q_0, L, α, EA, EI

Hinweis: Biegetafel



10. Aufgabe (9 Punkte)

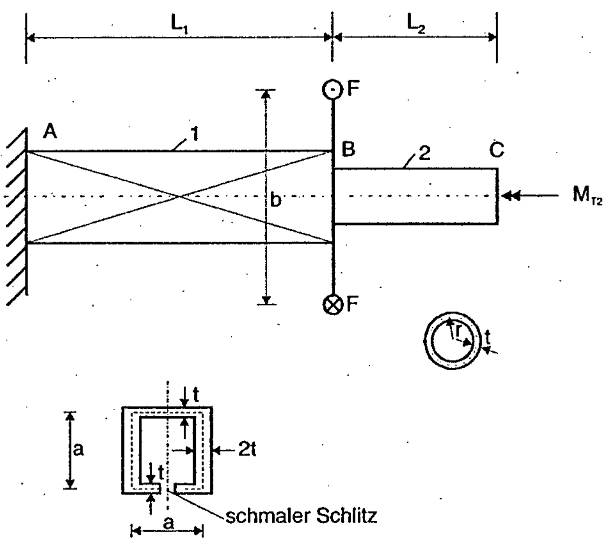
Die Welle wird durch das Kräftepaar F und das Torsionsmoment M_{T2} belastet.

a) Bestimmen Sie das Verhältnis der aufgebrachten Torsionsmomente so, dass die maximalen Spannungen in beiden Querschnitten betragsmäßig gleich sind !

b) Wie groß ist die maximale Verdrehung in Punkt C ?

Geg.: $F, M_{T2}, a, b, r, t, L_1, L_2, t \ll a, t \ll r, G$

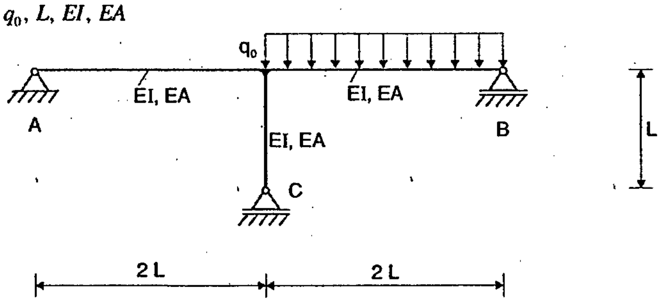
Hinweis: Aufgabenteil b) ohne Aufgabenteil a) lösbar



11. Aufgabe (7 Punkte)

Für das skizzierte System ist die Auflagerkraft im Punkt B zu bestimmen !

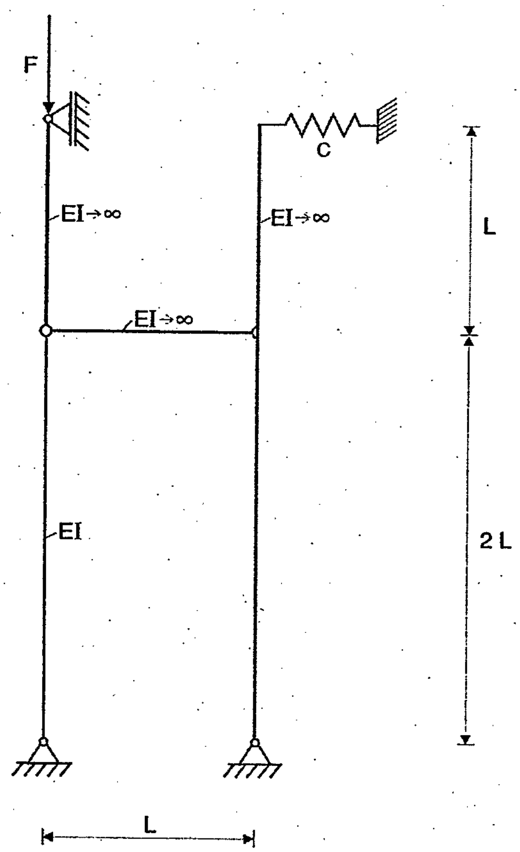
Geg.: q_0, L, EI, EA



12. Aufgabe (6 Punkte)

Berechnen Sie die Biegesteifigkeit EI so, dass beide kritischen Lasten des Tragwerks gleich sind !

Geg.: F, L, c



Lösungen zur Mechanik I/II Klausur vom 28. September 1999

1. Aufgabe: ohne Lösung

2. Aufgabe: ohne Lösung

3. Aufgabe:

a) $\alpha = 61{,}31°$

b) $A = \rho a^2 t\left(\pi + \frac{111}{2}\right),\ B = \rho a^2 t\left(\pi - \frac{9}{2}\right)$

4. Aufgabe:

a)

Bereich I:	Bereich II:	Bereich III:
$N \equiv 0$	$N = -\frac{2}{5} q_0 L$	$N \equiv 0$
$Q = -\frac{q_0 x^2}{8L}$	$Q = \frac{8}{15} q_0 L$	$Q = -q_0\left(\frac{4}{3}L + x\right)$
$M = -\frac{q_0 x^3}{24L}$	$M = \frac{8}{15} q_0 L x$	$M = -q_0 x\left(\frac{4}{3}L + \frac{1}{2}x\right)$

b) ohne Lösung

5. Aufgabe:

$$\frac{4e^{-\mu_0\beta}L}{(\sin\alpha + \mu_0\cos\alpha)\cos\alpha + 2e^{-\mu_0\beta}} \le x$$

$$\frac{4e^{\mu_0\beta}L}{(\sin\alpha - \mu_0\cos\alpha)\cos\alpha + 2e^{\mu_0\beta}} \ge x$$

6. Aufgabe:

a) $A_V = G,\ A_H = G$

b)

$$S_1 = -2G \quad ,S_2 = -G\left(1 - \sqrt{3}\right),$$

$$S_3 = -\frac{4G}{\left(\frac{1}{3}\sqrt{3} + 1\right)\sqrt{2}} \quad ,S_4 = G\left(\sqrt{3} - 1\right)$$

7. Aufgabe:

$$F = G\left(\tan\alpha + \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{4}\sin^2\alpha}} - 1\right)$$

8. Aufgabe:

a) $F_2 = -\frac{540}{661}\frac{qL^2}{t}$

b) $\sigma_{\max} = \frac{5}{8}\frac{qL}{t^2} + \frac{1479}{5288}\frac{qL^2}{t^3}$

9. Aufgabe:

a) $\Delta T = -\frac{18}{35}\frac{q_0 L}{EA\alpha}$

b) $w_B = -\frac{176}{105}\frac{q_0 L^4}{EI}$

10. Aufgabe:

a) Fall 1: $Fb > M_{T2}: \frac{Fb}{M_{T2}} = \frac{3at + 2\pi r^2}{2\pi r^2}$

Fall 2: $Fb < M_{T2}: \frac{Fb}{M_{T2}} = \frac{2\pi r^2 - 3at}{2\pi r^2}$

b) $\phi = \frac{-M_{T2} + Fb}{G 6 a t^3}\ell_1 - \frac{M_{T2} + Fb}{G 2\pi r^3 t}\ell_2$

11. Aufgabe:

$$B = \frac{\left(\frac{7}{3}\frac{L^2}{EI} + \frac{3}{EA}\right) q_0 L}{\frac{8}{3}\frac{L^2}{EI} + \frac{2}{EA}}$$

12. Aufgabe:

$$EI = \frac{6cL^3}{\pi^2}$$

STUDENTENJAHRGANG 1998

GRUNDZÜGE DER MECHANIK III

VOREXAMENSKLAUSUR

TERMIN: 05.01.2000

BEARBEITUNGSDAUER: 2 ½ H

Musterlösung zu dieser Klausur siehe Seite 87

Kurzfragenteil

Aufgabe 1.1 (1 Punkt):

Wie groß ist die Masse von 1 Liter Luft bei Atmosphärendruck (Näherungswert)?

Aufgabe 1.2 (1 Punkt):

Wie sind Dichte ρ und spezifisches Gewicht γ eines Stoffes definiert? Welcher Zusammenhang besteht zwischen ihnen?

Aufgabe 1.3 (1 Punkt):

Erläutern Sie den Unterschied zwischen Bezugssystem und Koordinatensystem.

Aufgabe 1.4 (1 Punkt):

Erläutern Sie an einem selbstgewählten Beispiel das Reaktionsaxiom.

Aufgabe 1.5 (1 Punkt):

Wie lautet die Energiebilanz für ein nichtkonservatives mechanisches System (Formel)?
Fallunterscheidung?

Aufgabe 1.6 (1 Punkt):

Welche zwei Gesetze beschreiben den Zusammenhang zwischen Kräften und Bewegungsänderungen eines mechanischen Systems?

Aufgabe 1.7 (1 Punkt):

Beschreiben Sie in Stichworten die wesentlichen Schritte beim Aufstellen der Bewegungsgleichungen eines schwingungsfähigen Systems.

Aufgabe 1.8 (1 Punkt):

In der Newtonschen Stoßtheorie wird angenommen, dass die Stoßdauer sehr klein sei und die Stoßkräfte sehr groß seien. Was folgt daraus?

Aufgabe 1.9 (1 Punkt):

Wie hängt die Coulombsche Reibkraft nach Betrag und Richtung von der Geschwindigkeit ab?

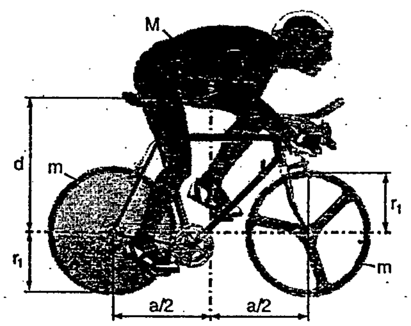
Aufgabe 1.10 (1 Punkt):

Was versteht man unter einer permanenten Drehung eines Kreisels? Was wissen Sie über die Stabilität der permanenten Drehungen eines unsymmetrischen Kreisels?

Aufgabenteil

Vorbemerkungen

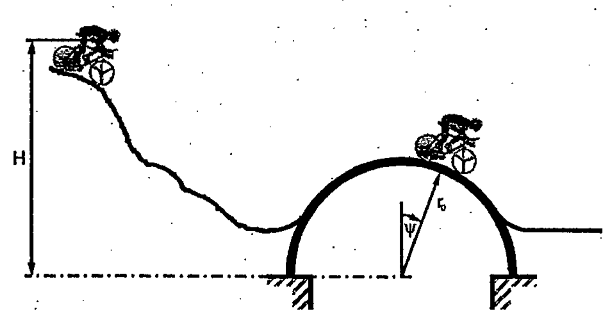
Im Rahmen dieser Klausur sollen die den verschiedenen Themenkomplexen der Mechanik III entspringenden Problemstellungen anhand des altbekannten Fahrrades untersucht werden. Das Gesamtsystem des Fahrrades und Radfahrers setze sich wie folgt zusammen: Die Räder (Masse m, Radius r_1) seien als Kreisringe idealisiert. Alle übrigen Teile einschließlich des Fahrers werden als starrer Körper (Masse M, Trägheitsradius k_s) angenommen, dessen Schwerpunkt aufgrund der relativ leichten Räder näherungsweise mit dem Schwerpunkt S des Gesamtsystems zusammenfallen möge. Für alle Aufgaben sei gegeben: m, M, k_s, r_1, a, d



2. Aufgabe (10 Punkte)

Unser Radfahrer steht an einem Abhang. Dabei befindet sich sein Gesamtschwerpunkt in der Höhe H. Er löst die Bremsen und rollt hinab, um im Anschluß eine Brücke in der Form eines Kreisbogens mit dem Radius r_0 zu überwinden. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Gesamtschwerpunktes auf der Brücke in Abhängigkeit vom Winkel ψ.

Gegeben: a, d, k_s, $r_0 \gg r_1$, m, M, H, g, ψ



3. Aufgabe (11 Punkte)

Hinter der Brücke liegt ein Hindernis. Nach einer Schrecksekunde wieder auf ebener Straße angekommen, beginnt der Radfahrer zu bremsen. Aufgrund eines Defektes wirkt die hintere Bremse nicht. Die vordere greift, wie eingangs skizziert, am höchsten Punkt des Vorderrades an und bringt die Reibkraft R auf.

a) Welche Verzögerung erreicht der Radfahrer in Abhängigkeit von R?

b) Wie lauten die Nebenbedingungen, damit die Haftung zwischen den Reifen und der Straße (Haftkoeffizient μ_o) nicht verlorengeht und das Hinterrad nicht abhebt?

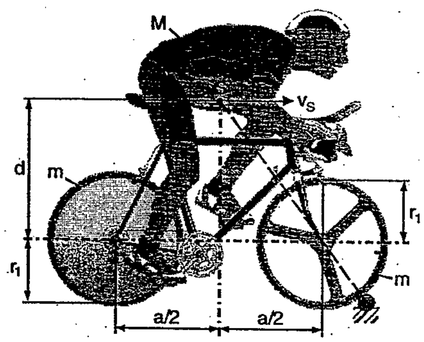
Gegeben: m, M, R, μ_o

4. Aufgabe (9 Punkte)

Dem Radfahrer gelingt es nicht, rechtzeitig zum Stehen zu kommen. Mit blockierten Rädern und der Geschwindigkeit v_S trifft er auf einen unbeweglichen größeren Ast, der gerade so dick ist, daß sich ein zentraler Stoß (Stoßziffer e) ergibt. Die Beschaffenheit der Rinde bewirkt einen rauhen Stoß. Bestimmen Sie die Komponenten der Schwerpunktsgeschwindigkeit in vertikaler und horizontaler Richtung direkt nach dem Stoß.

Gegeben: m, M, a, d, r_1, e, v_S

Hinweis: Es treten keine Reaktionen zwischen Boden und Rädern auf.



5. Aufgabe (11 Punkte)

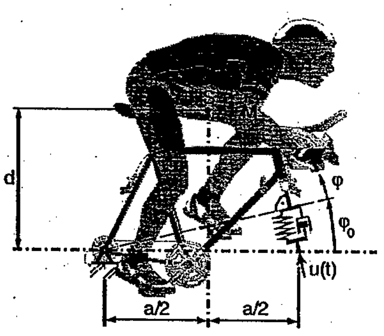
Nach dem Zusammenprall ist das Vorderrad leicht ovalisiert, so daß beim Weiterfahren mit konstanter Geschwindigkeit daraus eine harmonische Anregung $u(t)$ in Richtung der in die Gabel integrierten Feder- und Dämpferelemente (Federsteifigkeit c, Dämpferkonstanten b) resultiert. Die zur Lenkachse stets rechtwinklige Verbindungslinie zwischen Hinterradnabe und Angriffspunkt der Feder- und Dämpferkräfte steht in der statischen Gleichgewichtslage im Winkel φ_o auf der Horizontalen.

a) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für kleine Winkel φ.

b) Geben Sie die Kennkreisfrequenz ω_o, das Dämpfungsmaß D und die Schwingungsamplitude $\hat{\varphi}$ an.

Gegeben: a, d, k_s, M, c, b, φ_o, $u(t)$

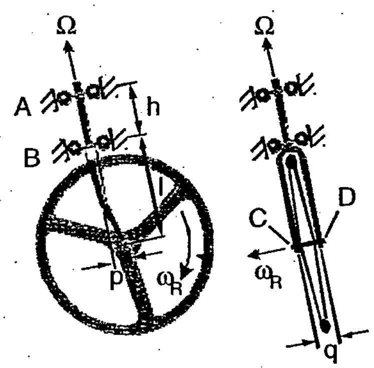
Hinweis: Die Anwendung des Momentensatzes um die Hinterradnabe wird empfohlen.



6. Aufgabe (9 Punkte)

Gabel (masselos) und Vorderrad (Masse m) werden in den Prüfstand (Lager A und B) eingebaut und dem Rad wird die Winkelgeschwindigkeit ω_R gegeben. Dann wird eine Lenkbewegung mit der Winkelgeschwindigkeit Ω ausgeführt. Wie groß sind die durch die Dralländerung bewirkten Kräfte an den Punkten A, B, C und D der Gabel nach Betrag und Richtung?

Gegeben: m, r, p, q, h, l , $\omega_R = const.$, $\Omega = const.$



STUDENTENJAHRGANG 1998

GRUNDZÜGE DER MECHANIK III

VOREXAMENSKLAUSUR

TERMIN:	21.03.2000
BEARBEITUNGSDAUER:	2 ½ H

Kurzfragenteil

Aufgabe 1.1 (1 Punkt):

Welchen Auftrieb erfährt eine Luftblase vom Volumen $1 cm^3$ im Wasser?

Aufgabe 1.2 (1 Punkt):

Ein Apfel fällt vom Baum. Welchen Weg legt er in der ersten Sekunde zurück?

Aufgabe 1.3 (1 Punkt):

Michael Schumacher durchfährt mit konstanter Geschwindigkeit v eine Kurve vom Radius r. Welche Beschleunigung erfährt er?

Aufgabe 1.4 (1 Punkt):

Wovon ist die Massenanziehungskraft zwischen zwei Körpern abhängig (Newtons Gravitationsgesetz)?

Aufgabe 1.5 (1 Punkt):

Was besagt der sog. "Flächensatz" von Kepler? Welcher Erhaltungssatz verbirgt sich dahinter?

Aufgabe 1.6 (1 Punkt):

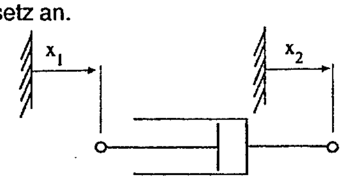
Wie lautet der Arbeitssatz der Mechanik (Formel)? Geben Sie die Bedingungen für die beiden Sonderfälle "Gleichgewicht elastischer Systeme" und "Gleichgewicht von Starrkörpersystemen" an.

Aufgabe 1.7 (1 Punkt):

Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Normalkraft beim geraden zentralen Stoß und erläutern Sie daran die Newtonsche Stoßhypothese (Definitionsgleichung).

Aufgabe 1.8 (1 Punkt):

Vervollständigen Sie das Freikörperbild für den skizzierten Dämpfer und schreiben Sie das Stoffgesetz an.



Aufgabe 1.9 (1 Punkt):

In welchen Bezugssystemen kann eine Coriolisbeschleunigung auftreten, und wie groß ist sie?

Aufgabe 1.10 (1 Punkt):

Wie hängt die Frequenz der Nutationsbewegung eines Kreisels vom Drall des Kreisels ab?

Aufgabenteil

2. Aufgabe (10 Punkte)

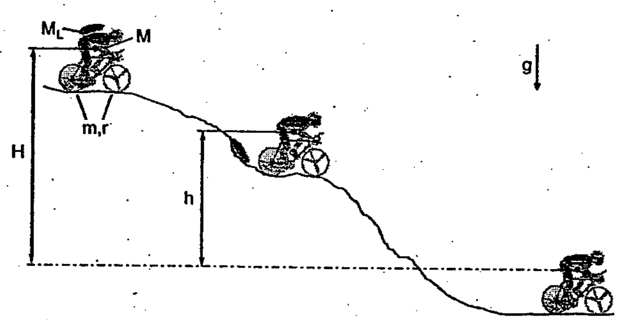
Das Gesamtsystem des Fahrrades und Radfahrers setze sich aus den nicht rotierenden Anteilen (Masse M) und den Rädern (jeweils Masse m, Radius r, Massenträgheitsmoment $J_{S,m} = mr^2$) zusammen. Mit der Last M_L beladen fährt der Radfahrer aus der Höhe H einen Abhang hinunter. Dabei verliert er in der Höhe h die Last. In der Ebene angekommen betätigt er die Bremsen und kommt zum Stehen.

a) Wie groß ist die Geschwindigkeit beim Verlust der Last?

b) Wie groß ist die Geschwindigkeit in der Ebene vor Bremsbeginn?

c) Wieviel thermische Energie wird durch den Bremsvorgang bis zum Stillstand freigesetzt?

Gegeben: m, M, M_L, H, h, g, r



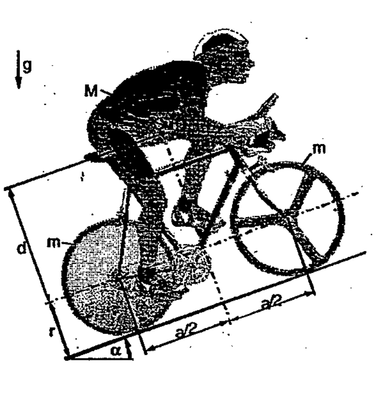
3. Aufgabe (11 Punkte)

Das Gesamtsystem des Fahrrades und Radfahrers setze sich aus den nicht rotierenden Anteilen (Masse M, Schwerpunkt S_M) und den Rädern (Masse m, Radius r, Massenträgheitsmoment $J_{S,m} = mr^2$) zusammen. Der Radfahrer fährt eine schiefe Ebene (Steigungswinkel α) hinauf. Durch sein Treten bringt er am Hinterrad das Antriebsmoment Q auf.

a) Welche Beschleunigung erzielt er dabei?

b) Bei welchem Steigungswinkel α hebt das Vorderrad für eine Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit ab?

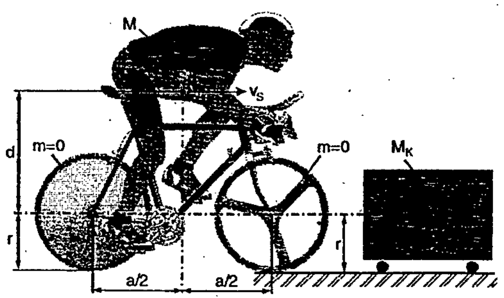
Gegeben: m, M, r, a, d, α, Q, g



4. Aufgabe (10 Punkte)

Der Radfahrer (Masse M, Schwerpunkt S_M, Massenträgheitsmoment $J_{S,M} = Mk_S^2$, Geschwindigkeit v_S) trifft mit gelösten Bremsen auf eine ruhende, reibungsfrei gelagerte Kiste (Masse M_K, Schwerpunktshöhe r). Für den glatten Stoß (Stoßziffer e) mögen die Räder zur Vereinfachung als masselos angenommen werden. Gesucht sind Winkelgeschwindigkeit, horizontale und vertikale Schwerpunktsgeschwindigkeit des Radfahrers, sowie die horizontale Geschwindigkeit der Kiste nach dem Stoß. Geben Sie ein System von vier Gleichungen zur Bestimmung dieser vier Größen an.

Gegeben: M_K, M, k_S, a, d, e, v_S, r



5. Aufgabe (9 Punkte)

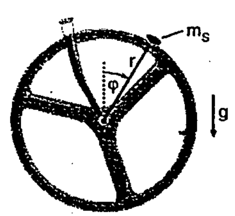
Auf der Lauffläche eines der Räder ist ein kleiner Stein (Masse m_s, Ausgangsposition $\varphi(t=0)=0$) hängengeblieben. Aus dem Stand setzt sich der Radfahrer mit konstanter Beschleunigung $a = r \cdot \ddot{\varphi}$ in Bewegung.

a) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(\varphi)$ des Rades.

b) Welche Beschleunigungen in Polarkoordinaten erfährt das Steinchen aus der Sicht eines ortsfesten Beobachters in Abhängigkeit vom Drehwinkel φ?

c) Bestimmen Sie die Kräfte zwischen Steinchen und Rad in Normal- und Tangentialrichtung.

Gegeben: m_S, r, $\ddot{\varphi}$, g



6. Aufgabe (10 Punkte)

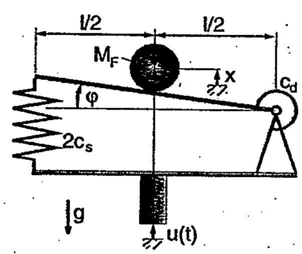
Die Federung eines Sattels (Länge l, vernachlässigbar kleine Massen) besteht aus einer Drehfeder (vorne, Federsteifigkeit c_d) und zwei Schraubenfedern (hinten, Federsteifigkeit jeweils c_s). Es sei dem Gleichgewichtssinn des Fahrers (mitschwingende Masse M_F) überlassen, daß sich sein Schwerpunkt nur in der Vertikalen über der Sattelmitte bewege. Die Schwingungsamplituden seien klein, so daß die horizontalen Kräfte zwischen Fahrer und Sattel vernachlässigt werden können. In der Ruhelage ist die Auslenkung $\varphi = 0$. Über die Sattelstütze wird eine harmonische Verschiebung $u(t)$ vorgegeben.

a) Wie lautet der kinematische Zusammenhang zwischen $x(t)$, $\varphi(t)$ und $u(t)$?

b) Wie lautet die normierte Bewegungsgleichung für die Schwerpunktsverschiebung $x(t)$ des Fahrers?

c) Wie groß darf die Erregeramplitude für das Frequenzverhältnis η höchstens sein, damit der Fahrer nicht abhebt?

Gegeben: M_F, l, c_s, c_d, η, $u(t) = \hat{u}\cos(\Omega t)$, g



Lösungen zur Mechanik III-Klausur vom 21. März 2000

1. Aufgabe: Kurzfragen ohne Lösung

2. Aufgabe:

a) $v_{S1}^2 = \dfrac{(M+M_L+2m)\,g\,(H-h)}{M+M_L+4m}$

b) $v_{S2}^2 = v_{S1}^2 + 2\dfrac{(M+2m)\,g\,h}{M+4m}$

c) $W_{23} = -\dfrac{1}{2}(M+4m)\,v_{S2}^2$

3. Aufgabe:

a) $\ddot{x} = \dfrac{Q/r-(M+2m)\,g\sin\alpha}{M+4m}$

b) $\tan\alpha_{ab} = \dfrac{1}{2}\dfrac{(M+2m)\,a}{(M+2m)\,r+Md}$

4. Aufgabe:

Aus Kinematik und Stoßhypothese

$$\Omega_F = -2\frac{c_{SFy}}{a} \qquad e = -\frac{c_{SFx}+\Omega_F d - c_{SKx}}{v_{SFx}}$$

Aus Impuls- und Drallsatz

$$Mk_S^2\,\Omega_F - Md\left(c_{SFx}-v_{SFx}\right) - \frac{1}{2}Mac_{SFy} = 0$$

$$M_K c_{SKx} + M\left(c_{SFx}-v_{SFx}\right) = 0$$

5. Aufgabe:

a) $\dot{\varphi}^2(\varphi) = 2\ddot{\varphi}\varphi = 2\dfrac{a}{r}\varphi$

b) $\vec{a} = a\left[(\sin\varphi-2\varphi)\,\vec{e}_r + (\cos\varphi+1)\,\vec{e}_\varphi\right]$

c) $$\begin{aligned} N &= m\left[g\cos\varphi + a(\sin\varphi-2\varphi)\right] \\ T &= m\left[-g\sin\varphi + a(\cos\varphi+1)\right] \end{aligned}$$

6. Aufgabe:

a) $\varphi(t) = 2\dfrac{x(t)-u(t)}{\ell}$

b) $M_F\ddot{x} + \left(8c_S + 4\dfrac{c_d}{\ell^2}\right)x = \left(8c_S + 4\dfrac{c_d}{\ell^2}\right)u(t) + 2\left(\dfrac{M_0}{\ell} + 2F_0\right) - M_F g$

c) $\hat{u} = \dfrac{g}{\eta^2}\dfrac{\left(1-\eta^2\right)}{\omega_0^2}$

MUSTERLÖSUNG

der Klausur aus MECHANIK I/II

vom 09.07.1998

für StJg MB 1997

Kurzfragen zur Stereostatik

Aufgabe 1.1

$G = mg \quad \rightarrow \quad G = 10\,kg \cdot 9{,}81\,N/kg$

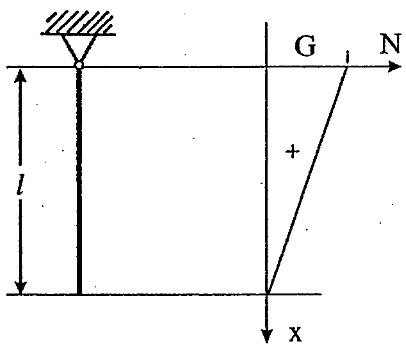
Aufgabe 1.2

Zustand der Ruhe oder der geradlinig gleichförmigen Bewegung

Aufgabe 1.3

$\sum \vec{F} = \vec{0}$ und $\sum \vec{M}_S = \vec{0}$

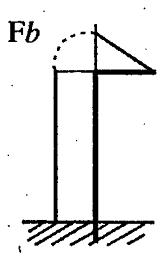
Aufgabe 1.4



Aufgabe 1.5

Reibungsfreie Gelenke,
äußere Kräfte nur in den Knoten.

Aufgabe 1.6



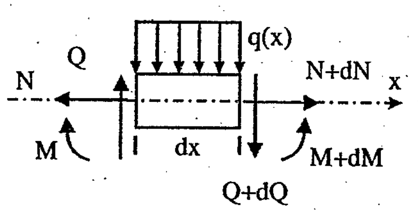
Aufgabe 1.7

$T < \mu_0 N$, da Haften; oder $T/N = \tan\alpha$

Aufgabe 1.8

Nach einer kleinen Störung kehrt das System wieder in die Gleichgewichtslage zurück

Aufgabe 1.9



$$\begin{aligned} dN &= 0 \\ dQ + q\,dx &= 0 \\ dM - Q\,dx &= 0 \end{aligned}$$

Kurzfragen zur Elastostatik

Aufgabe 2.1

Sechs (aufgrund der Symmetrie des Spannungstensors)

Aufgabe 2.2 (1 Punkt):

a) zwei

b) E-Modul und Querzahl oder
E-Modul und Gleitmodul

Aufgabe 2.3

$$K = \frac{EA_1}{\ell_1}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{EA_2}{\ell_2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2.4

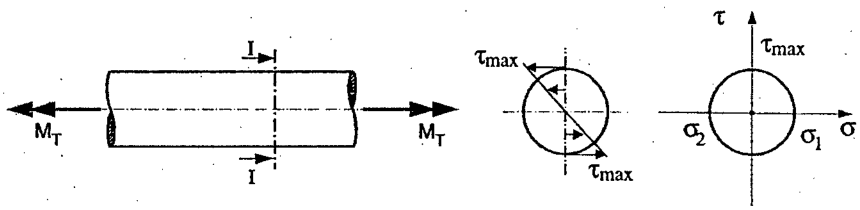
Ebenbleiben der Querschnitte,

Normalspannungszustand unabhängig von Schubspannungen.

Aufgabe 2.5

Wirkungslinie der äußeren Lasten muß durch Schubmittelpunkt verlaufen

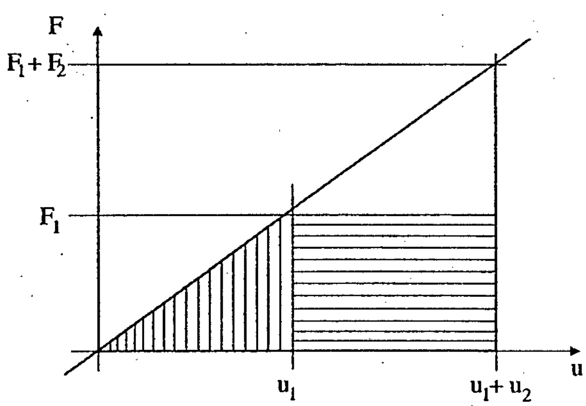
Aufgabe 2.6



$|\sigma_1| = |\sigma_2| = \tau_{max}$, $\alpha = 45°$

Aufgabe 2.7

$$W_{i1} = \frac{1}{2} F_1 u_1$$
$$W_{i2} = \quad F_1 u_2$$

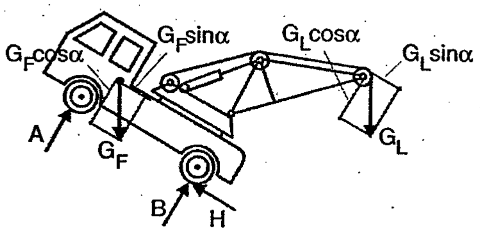


Aufgaben zur Stereostatik

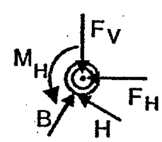
3. Aufgabe

a) Freikörperbild:

a) Gesamtfahrzeug



b) Hinterrad



b) Bremsmoment an der Hinterachse:

Gleichgewicht:

$$M_H - H \cdot r = 0$$
$$H - G_F \sin\alpha - G_L \sin\alpha = 0$$

Auflösung: $H = (G_F + G_L) \cdot \sin\alpha$

$$\boxed{M_H = (G_F + G_L) \cdot r \sin\alpha}$$

c) Maximal mögliche Last G_L, ohne dass der Wagen kippt:

Gleichgewicht:

$$A\ell - G_F \cos\alpha \cdot a + G_F \sin\alpha \cdot h_S + G_L \cos\alpha \cdot b + G_L \sin\alpha \cdot h = 0$$

Nebenbedingung:

$$A \geq 0$$

Auflösung:

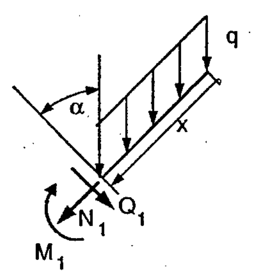
$$A\ell = G_F(a\cos\alpha - h_S \sin\alpha) - G_L(b\cos\alpha + h\sin\alpha) \geq 0$$

$$\boxed{G_L \leq G_{L\max} = G_F \frac{a\cos\alpha - h\sin\alpha}{b\cos\alpha + h\sin\alpha}}$$

4. Aufgabe

a) Schnittgrößen im Feld 1 $(0 \le x \le \ell)$:

Freikörperbild:

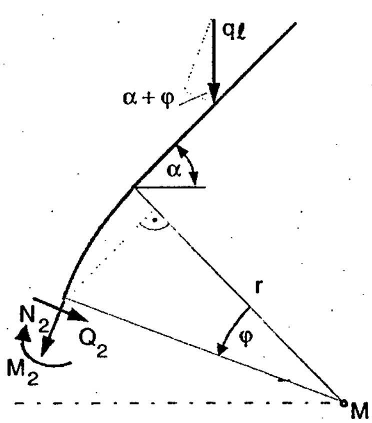


Gleichgewicht:

$$\begin{aligned} F_x: &\quad N_1(x) + q \cdot x \cdot \sin\alpha &= 0 \\ F_z: &\quad Q_1(x) + q \cdot x \cos\alpha &= 0 \\ M_y: &\quad M_1(x) + q \cdot x \cdot \frac{x}{2}\cos\alpha &= 0 \end{aligned}$$

a) Schnittgrößen im Feld 2 $(0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2} - \alpha)$:

Freikörperbild:



$$\begin{aligned} N_2(\varphi) + q \cdot \ell \cdot \sin(\alpha + \varphi) &= 0 \\ Q_2(\varphi) + q\ell\cos(\alpha + \varphi) &= 0 \\ M_2(\varphi) + q \cdot \ell \cdot \cos\alpha \cdot \left(\frac{\ell}{2} + r\sin\varphi\right) &= 0 \end{aligned}$$

b) Zustandslinien für $\alpha = 45°$:

$$\alpha = 45° \rightarrow \quad \sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \sin(\alpha+\varphi) = \sin\alpha\cdot\cos\varphi + \cos\alpha\cdot\sin\varphi$$

$$\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \cos(\alpha+\varphi) = \cos\alpha\cdot\cos\varphi - \sin\alpha\cdot\sin\varphi$$

$$N_1(x) = -\frac{qx}{\sqrt{2}}$$

$$Q_1(x) = -\frac{qx}{\sqrt{2}}$$

$$M_1(x) = -\frac{qx^2}{2\sqrt{2}}$$

$$N_2(\varphi) = -\frac{q\cdot\ell}{\sqrt{2}}(\cos\varphi + \sin\varphi)$$

$$Q_2(\varphi) = -\frac{q\ell}{\sqrt{2}}(\cos\varphi - \sin\varphi)$$

$$M_2(\varphi) = \frac{q\ell}{\sqrt{2}}\left[r - \frac{\ell}{2} - r(\cos\varphi + \sin\varphi)\right] = -\frac{q\cdot\ell^2}{2\sqrt{2}} - \frac{q\ell r}{\sqrt{2}}(\cos\varphi + \sin\varphi - 1)$$

5. Aufgabe

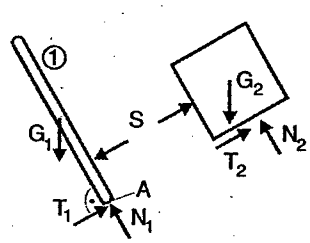
Gleichgewicht am Stab:

$$N_1 - G_1\cos\alpha = 0$$
$$T_1 - S - G_1\sin\alpha = 0$$
$$-G_1\cdot\frac{\ell}{2}\sin\alpha - S\cdot h = 0$$

Gleichgewicht am Quader:

$$N_2 - G_2\cos\alpha = 0$$
$$T_2 + S - G_2\sin\alpha = 0$$

Freikörperbilder:



Haftbedingungen:

$$|T_1| \le \mu_1 N_1$$
$$|T_2| \le \mu_2 N_2$$

Auflösung:

$$S = -G_1 \frac{\ell}{2h} \sin\alpha$$

$$T_1 = -G_1 \sin\alpha \left(\frac{\ell}{2} - h\right) / h$$

$$N_1 = G_1 \cos\alpha$$

$$G_1 \sin\alpha \left(\frac{\ell}{2h} - 1\right) \leq \mu_1 G_1 \cos\alpha$$

$$\boxed{\mu_1 \geq \tan\alpha \left(\frac{\ell}{2h} - 1\right)}$$

$$T_2 = G_2 \sin\alpha + G_1 \sin\alpha \frac{\ell}{2h}$$

$$N_2 = G_2 \cos\alpha$$

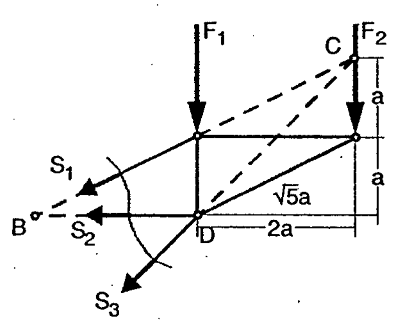
$$G_2 \sin\alpha + G_1 \sin\alpha \frac{\ell}{2h} \leq \mu_2 G_2 \cos\alpha$$

$$\boxed{\mu_2 \geq \tan\alpha \left(1 + \frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{\ell}{2h}\right)}$$

6. Aufgabe

Stabkräfte 1, 2, 3: Ritterschnitt

Freikörperbild:



Gleichgewicht:

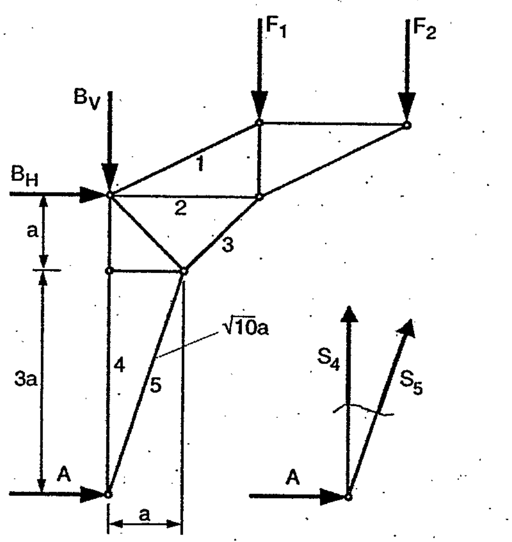
$$-S_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} a + F_2 2a = 0$$

$$S_2 \cdot 2a - F_1 2a = 0$$

$$S_3 \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2a + F_1 \cdot 2a + F_2 \cdot 4a = 0$$

Stabkräfte 4, 5: Knotengleichgewicht am Loslager A

Freikörperbild:



Lagerreaktion bei A:

$$A\,4a - F_1\,2a - F_2\,4a = 0$$

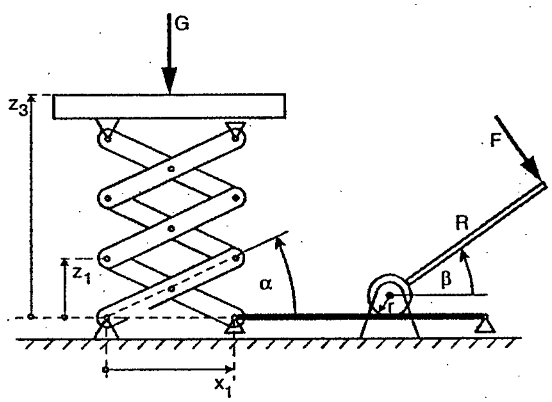
Gleichgewicht:

$$A + S_5 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = 0$$

$$S_4 + S_5 \frac{3}{\sqrt{10}} = 0$$

7. Aufgabe

Skizze im ausgelenkten Zustand:



Geometrie:

$$z_1 = \ell \cdot \sin\alpha \quad \rightarrow \quad \delta z_1 = \ell \cos\alpha\, \delta\alpha$$
$$z_3 = 3 z_1 \quad \rightarrow \quad \delta z_3 = 3\ell \cos\alpha\, \delta\alpha$$

Verträglichkeitsbedingung:

$$x_1 = \ell \cos\alpha \rightarrow \delta x_1 = -\ell \sin\alpha\, \delta\alpha = r\delta\beta$$

Prinzip der virtuellen Arbeiten, Gleichgewichtsbedingung:

$$\delta W = -FR\delta\beta - G\delta z_3 = 0$$

Auflösung:

$$\left(F\frac{R}{r}\ell \sin\alpha - G\,3\ell\cos\alpha\right)\delta\alpha = 0$$

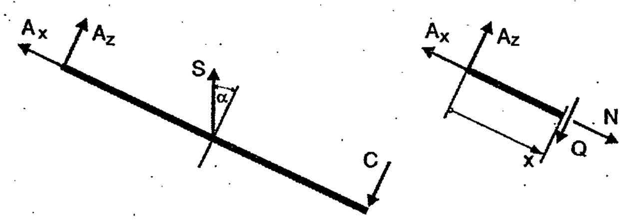
mit $\delta\alpha \neq 0$ folgt

$$\boxed{F = 3\frac{r}{R}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot G}$$

Aufgaben zur Elastostatik

8. Aufgabe

Freikörperbild:



Lagerreaktionen:

$$-A_x - S\sin\alpha \quad = 0$$

$$S\cos\alpha \cdot \frac{\ell}{2} + A_z \cdot \ell \quad = 0$$

Schnittgrößen im Bereich A-B $(0 < x < \frac{\ell}{2})$:

$$N(x) + S\sin\alpha \quad = 0$$

$$Q(x) + \frac{1}{2} S\cos\alpha \quad = 0 \rightarrow \text{keine Normalspannungen}$$

$$+M(x) - \frac{1}{2} S\cos\alpha \cdot x \quad = 0$$

Fläche und Trägheitsmoment:

$$A \quad = 2 \cdot h \cdot \frac{h}{4} + \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4} = \frac{5}{8} h^2$$

$$I_y \quad = \frac{1}{12} \cdot \frac{h}{4} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} h \left(\frac{h}{4}\right)^3 + 2 \cdot \left(\frac{3h}{8}\right)^2 \cdot h \cdot \frac{h}{4}$$

$$= \frac{h^4}{384} + \frac{h^4}{384} + \frac{9h^4}{128} = \frac{29}{384} h^4$$

Normalspannungsverteilung:

$$\sigma(x,z) = \frac{N(x)}{A} + \frac{M_y(x)}{I_y}\cdot z$$

$$= -\frac{S\sin\alpha}{A} - \frac{1}{2}\frac{S\cos\alpha}{I_y}\cdot x\cdot z$$

Linie der neutralen Faser:

$$\sigma(x,z) \overset{!}{=} 0 \Rightarrow z(x) = -\frac{2I_y}{A}\cdot\tan\alpha\cdot\frac{1}{x} = -\frac{29h^2}{120}\tan\alpha\cdot\frac{1}{x}$$

$$h = \frac{\ell}{10}; \alpha = 45^\circ \rightarrow \tan\alpha = 1: \rightarrow \frac{z(x)}{h/2} = -\frac{29}{600}\left(\frac{\ell}{x}\right)$$

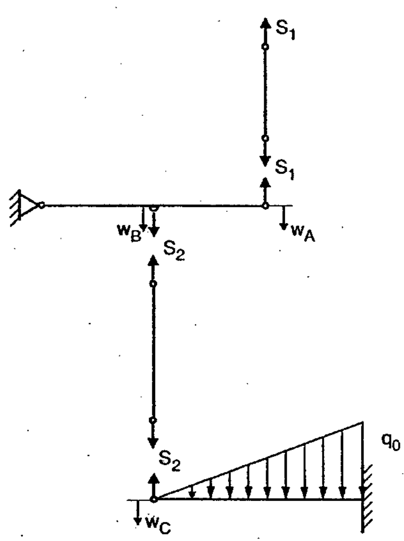
9. Aufgabe

Längenänderungen der Stäbe:

$$\Delta\ell_1 = \frac{S_1\ell}{2EA} + \frac{\ell}{2}\alpha\Delta T$$

$$\Delta\ell_1 = 0 \quad \text{(starrer Stab)}$$

Freikörperbilder:



Verschiebungen der Knoten:

$$w_A = \Delta\ell_1$$

$$w_B = \frac{1}{2}\Delta\ell_1 + S_2\frac{\ell_3}{48EI}$$

$$w_C = -S_2\frac{\ell_3}{3EI} + \frac{q_0\ell^4}{120EI}\cdot(10-10+5-1)$$

Gleichgewicht am oberen Balken:

$$S_2 = 2S_1$$

geometrische Verträglichkeit:

$$w_C = w_B \overset{!}{=} 0$$

Auflösung:

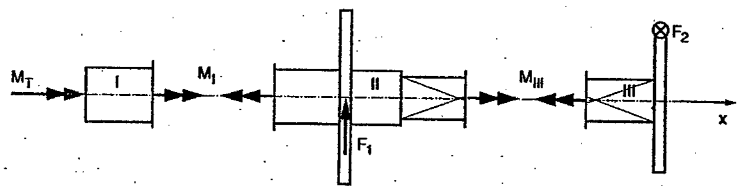
$$w_C = 0 \rightarrow S_2 = \frac{1}{10}q_0\ell \rightarrow S_1 = \frac{1}{20}q_0\ell$$

$$w_B = 0 \rightarrow \Delta\ell_1 = -\frac{q_0\ell^4}{240EI}$$

$$\boxed{\alpha\Delta T = -\frac{q_0\ell^3}{120EI} - \frac{q_0\ell}{20EA}}$$

10. Aufgabe

Freikörperbilder:



Gleichgewicht am Gesamtsystem: $M_T - F_1 R_1 - F_2 R = 0 \rightarrow M_T = 18Fr$

Torsionsmomente in den Abschnitten I - III:

$$
\begin{aligned}
M_I + M_T &= 0 &\rightarrow\ M_I &= -18Fr\\
-\ M_{III} - F_2 R_2 &= 0 &\rightarrow\ M_{III} &= -\ 9Fr\\
M_{II} &= M_{III} &\rightarrow\ M_{II} &= -\ 9Fr
\end{aligned}
$$

Flächenträgheitsmomente für die Abschnitte I - III:

Kreisringquerschnitt: $I_{TI} = \frac{\pi}{2}\left(r_a^4 - r_i^4\right) = \frac{5}{2}\pi r^4$

Kastenprofil: $$I_{TIII} = \frac{4A_m^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{4 \cdot b^4}{\frac{2b}{t} + \frac{2b}{2t}} = \frac{4}{3} b^3 \cdot t$$

Maximale Schubspannungen:

Kreisringquerschnitt: $$\left|\tau_{\max I}\right| = \frac{\left|M_I\right|}{I_{TI}} \cdot r_a = \frac{18Fr}{\frac{5}{2}\pi r^4} \cdot \frac{3}{2} r = \frac{54F}{5\pi r^2}$$

Kastenprofil: $$\left|\tau_{\max III}\right| = \frac{\left|M_{III}\right|}{2A_m t_{min}} = \frac{9F \cdot r}{2 \cdot b^2 \cdot t}$$

Verdrehungen:

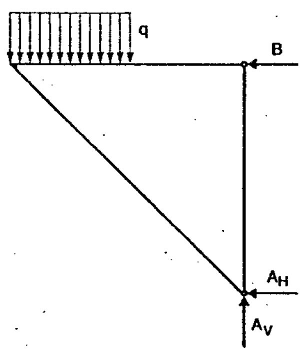
$$\Delta\varphi_I = \frac{M_I}{GI_{TI}} \cdot \ell_I = \frac{-18F \cdot r}{G \cdot \frac{5}{2}\pi r^4} \cdot 2a$$

$$\Delta\varphi_{II} = \frac{M_{II}}{GI_{TII}} \cdot \ell_{II} = \frac{-9F \cdot r}{G \cdot \frac{5}{2}\pi r^4} \cdot a$$

$$\Delta\varphi_{III} = \frac{M_{III}}{GI_{TIII}} \cdot \ell_{III} = \frac{-9Fr}{G \cdot \frac{4}{3} b^3 t} \cdot 2a$$

$$\Delta\varphi_{ges} = \Delta\varphi_I + \Delta\varphi_{II} + \Delta\varphi_{III} = -18\frac{Fa}{G\pi r^3} - \frac{27}{2}\frac{Fra}{Gb^3 t}$$

11. Aufgabe



Das System ist innerlich 1-fach statisch unbestimmt

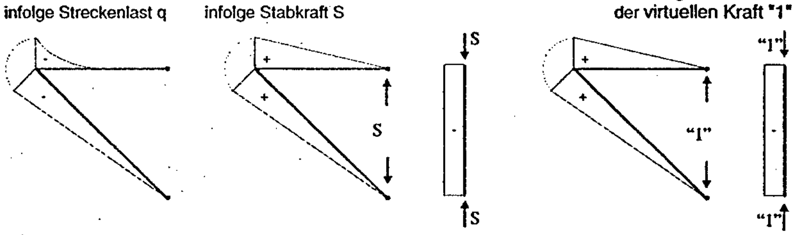
Gleichgewicht, Lagerreaktionen:

$$-q\cdot a\cdot\frac{3}{2}a-B\cdot 2a \quad =0$$

$$A_H\cdot 2a-q\cdot a\cdot\frac{3}{2}a \quad =0$$

$$A_V-q\cdot a \quad =0$$

Momentenverlauf infolge Streckenlast q | Momentenverlauf infolge Stabkraft S | Normalkraft im Stab | Schnittgrößen unter der virtuellen Kraft "1"



Summe der Formänderungsarbeiten der "1"-Kräfte am Gesamtsystem:

$$\delta W=\text{"1"}\cdot(u_1+u_2)+\text{"1"}(v_1+v_2)=\text{"1"}\left[(u_1+v_1)+(u_2+v_2)\right]$$

Diese Arbeit ist Null wegen der Verträglichkeitsbeziehungen

$u_1=-v_1,\ u_2=-v_2$.

Summe der Formänderungsenergien:

$$\delta U=\frac{1}{EA}\text{"1"}\cdot S\cdot 2a+\frac{1}{EI}\cdot\left[\frac{1}{3}\text{"1"}\cdot 2a\cdot S\cdot 2a\cdot 2a+\frac{1}{3}\text{"1"}\cdot 2a\cdot S\cdot 2a\cdot 2\sqrt{2}a\right.$$

$$\left.-\frac{1}{12}\frac{qa^2}{2}(\text{"1"}\cdot a+3\text{"1"}\cdot 2a)\cdot a-\frac{1}{3}\text{"1"}\cdot 2a\cdot\frac{qa^2}{2}\cdot 2\sqrt{2}a\right]$$

Mit $\delta W=\delta U=0$ folgt

$$0=\frac{S2a}{EA}+\frac{1}{EI}\left[\frac{8}{3}Sa^3+\frac{8\sqrt{2}}{3}Sa^3-\frac{7}{24}q\cdot a^4-\frac{2\sqrt{2}}{3}qa^4\right]$$

$$0=S\cdot\left(\frac{2a}{EA}+\frac{8\left(1+\sqrt{2}\right)a^3}{3EI}\right)-\frac{\left(7+16\sqrt{2}\right)}{24EI}qa^4$$

$$S\cdot\frac{6EIa+8\left(1+\sqrt{2}\right)EAa^3}{3EI\ EA}=\frac{7+16\sqrt{2}}{24EI}qa^4$$

$$S=\frac{\left(7+16\sqrt{2}\right)EAqa^3}{48EI+64\left(1+\sqrt{2}\right)EAa^2}=\frac{\left(7+16\sqrt{2}\right)qa^3}{64\left(1+\sqrt{2}\right)a^2+48\frac{EI}{EA}}$$

12. Aufgabe

1. Euler-Knicken:

$$F_{krit1} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{(2\ell)^2}$$

2. Starrkörper-Knicken:

Gleichgewicht in Nachbarlage:

Gelenkbedingung am horizontalen Stab:

$$N_2 = F$$

Gleichgewicht am Knickstab:

$$H_2 = N_2 \tan\varphi_2$$

Gleichgewicht am oberen Teilsystem:

$$H_2\ell + \underbrace{(F - N_2)}_{=0} \cdot a - M_1 = 0$$

Stoffgesetz für die Drehfeder:

$$M_1 = c_D\,\varphi_1$$

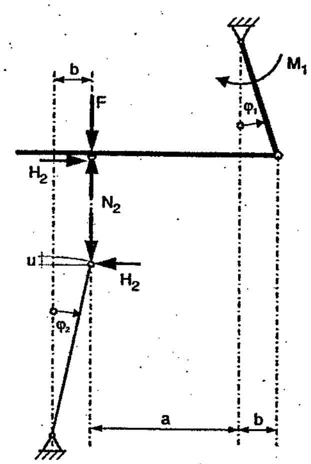
Kinematische Verträglichkeit:

$$b = \varphi_2 \cdot 2\ell = \varphi_1 \cdot \ell \rightarrow \varphi_2 = \frac{\varphi_1}{2}$$

Kritische Last (Auflösen der Gln. nach F):

$$F = F_{krit2} = \frac{2c_D}{\ell}$$

Freikörperbild in Nachbarlage



3. Optimierung des Systems:

$$F_{krit1} = F_{krit2}$$

$$\frac{\pi^2 EI}{4\ell^2} = \frac{2c_D}{\ell} \Rightarrow \boxed{c_D = \frac{\pi^2 EI}{8\ell}}$$

Alternativer Lösungsweg Starrkörper-Knicken:

Potential der äußeren Last:

$$\Pi_a = -F \cdot u$$

Potential der Drehfeder:

$$\Pi_i = \frac{1}{2} c_D \varphi_i^2$$

Kinematik:

$$u = 2\ell\left(1 - \cos\frac{\varphi_i}{2}\right)$$

Variation des Gesamtpotentials:

$$\delta\Pi = \delta\left(\Pi_a + \Pi_i\right) = \left(-F \cdot 2\ell \cdot \frac{1}{2}\sin\frac{\varphi_i}{2} + c_D \cdot \varphi_i\right)\delta\varphi_i = 0$$

$$\left(c_D - \frac{1}{2}F\ell\right)\varphi_i \delta\varphi_i = 0 \quad \rightarrow \quad F_{krit2} = \frac{2c_D}{\ell}$$

MUSTERLÖSUNG

der Klausur aus MECHANIK III

vom 05.01.2000

für StJg MB 1998

Kurzfragenteil

Aufgabe 1.1

ca. 1g

Genauerer Wert durch Rechnung:

Molvolumen = $22{,}4l$

N_2	ca $28g/mol$	80%
O_2	ca $32g/mol$	20%
Luft	ca $29g/mol$	

$$m \approx \frac{29}{22{,}4}\frac{g}{mol}\frac{mol}{\ell} \approx 1{,}3g/\ell$$

Aufgabe 1.2

$$\rho = m/V$$
$$\gamma = G/V$$
$$\gamma = \rho g$$

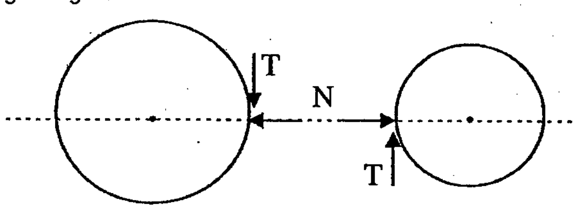
Aufgabe 1.3

Bezugssystem: Beobachterplattform

Koordinatensystem: dient der Vermessung im Raum

Aufgabe 1.4

Kräfte, die zwischen zwei Körpern übertragen werden, sind entgegengesetzt gleich groß.



z. B. Kräfte beim Stoß

Aufgabe 1.5

$$T_1 + U_1 + W_{12}^* = T_2 + U_2$$

W_{12}^* > 0 Energiezufuhr
= 0 Energiehaltung
< Abnahme der mech. Energie

Aufgabe 1.6

$$\left.\begin{matrix}\text{Impulssatz}\\ \text{Drallsatz}\end{matrix}\right\} \textit{ oder } \left\{\begin{matrix}\text{Schwerpunktsatz}\\ \text{Momentensatz}\end{matrix}\right\} \text{ oder } \left\{\begin{matrix}\vec{F} = \dot{\vec{B}}\\ \vec{M}_S = \dot{\vec{D}}_S\end{matrix}\right.$$

Aufgabe 1.7

Freikörperbild,
Schwerpunktsatz / Momentensatz,
Stoffgesetze,
kinematische Verträglichkeit.

Aufgabe 1.8

Keine Lageänderung, nur Geschwindigkeitsänderung;
Vernachlässigen aller eingeprägten Kräfte

Aufgabe 1.9

$$\vec{R} = -|R| \cdot \frac{\vec{v}}{|v|}$$

$$|R| = \mu N$$

Aufgabe 1.10

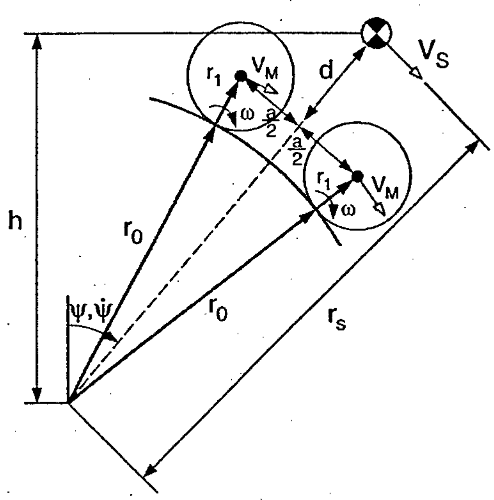
Drehung um eine Hauptträgheitsachse;
Drehung um mittlere Hauptträgheitsachse instabil

Aufgabenteil

2. Aufgabe

Geometrie:

$$r_S = r_0 + r_1 + d \quad \text{für} \quad r_1 << r_0$$
$$h = r_S \cos 4$$



Kinematik:

$$v_S = r_S \dot{\psi}$$
$$v_m \doteq (r_0 + r_1)\dot{\psi}$$
$$\omega = \frac{v_m}{r_1}$$

Massenträgheitsmomente:

$$J_{S,M} = M\, k_S^2$$
$$J_{S,m} = m\, r_1^2$$

Potentielle Energie am Berg - Nullniveau in Höhe h:

$$E_{pot,0} = (M + 2m)\, g\, (H - h)$$

Kinetische Energie auf der Brücke:

$$E_{kin,1} = \frac{M\, v_S^2}{2} + \frac{J_{S,M}\dot{\psi}^2}{2} + 2\left(\frac{m\, v_m^2}{2} + \frac{J_{S,m}\,\omega^2}{2}\right)$$

Energieerhaltungssatz:

$$E_{pot,0} = E_{kin,1}$$

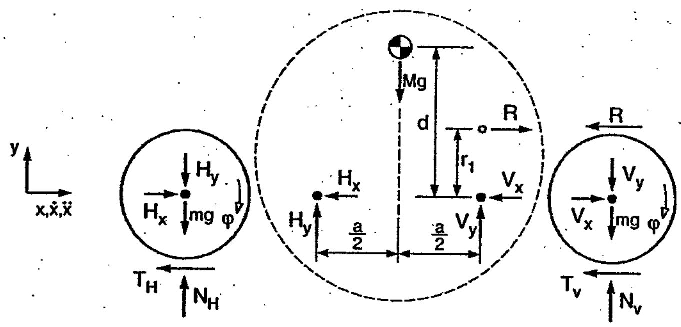
Auflösung:

$$(M + 2m)\, g\, (H - h) = \frac{1}{2} M\, r_S^2\, \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} M\, k_S^2\, \dot{\psi}^2 + 2m\,(r_0 + r_1)^2\, \dot{\psi}^2$$

$$\boxed{v_S = r_S \sqrt{\frac{(M + 2m)\, g\, (H - h)}{2m\,(r_0 + r_1)^2 + \frac{1}{2}\left(r_S^2 + k_S^2\right) M}}}$$

3. Aufgabe

Freikörperbild:



Schwerpunkt-/Momentensatz

Hinterrad:

$$J_{S,m}\ddot{\phi} = r_1 T_H$$
$$m\ddot{x} = H_x - T_H$$

Vorderrad:

$$J_{S,m}\ddot{\phi} = r_1 (T_V - R)$$
$$m\ddot{x} = V_x - T_V - R$$

Fahrer/Rahmen:

$$M\ddot{x} = R - H_x - V_x$$

Kinematik:

$$\ddot{\phi} = \frac{\ddot{x}}{r_1}$$

Massenträgheitsmoment:

$$J_{S,m} = m r_1^2$$

a) Zusammenfassung

$$2m\ddot{x} = H_x$$
$$2m\ddot{x} = V_x - 2R$$

b) Nebenbedingungen

$$0 < N_H$$
$$|T_H| \le \mu_0 |N_H|$$
$$|T_V| \le \mu_0 |N_V|$$

Auflösung:

$$M\ddot{x} + 4m\ddot{x} = -R$$

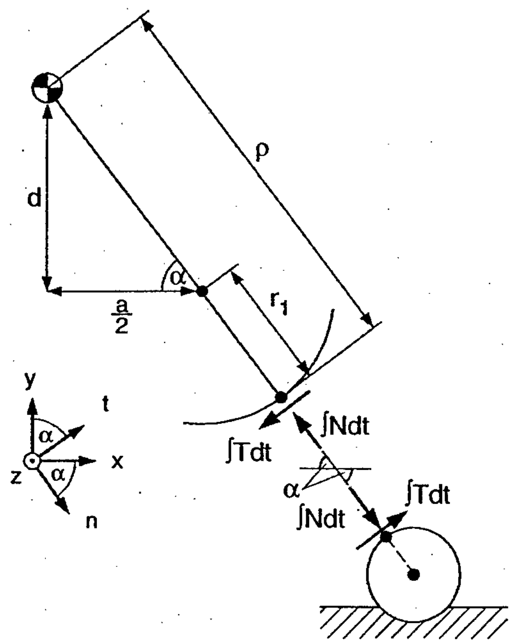
$$\boxed{\ddot{x} = -\frac{R}{M+4m}}$$

4. Aufgabe

Impulssatz:

$$m_{ges}\left(c_{St}-v_{St}\right)=-\int T\,dt$$

Freikörperbild beim Stoß



Drallsatz:

$$J_S\left(\Omega-\omega\right)=-\rho\int T\,dt$$

Massenträgheitsmoment:

$$J_S=M\,k_S^2+2m\,r_1^2+2m\,\rho^2$$

Stoßhypothese:

$$c_n=-e\,v_n$$

Rauher Stoß:

$$c_t=0$$

Kinematik:

$$\begin{aligned} c_{St} &= c_t-\rho\,\Omega \\ c_{Sn} &= c_n \\ v_t &= v_{St}=v_S\sin\alpha \\ v_n &= v_{Sn}=v_S\cos\alpha \\ \omega &= 0 \end{aligned}$$

Abstand Schwerpunkt - Stoßpunkt:

$$\rho=r_1+\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+d^2}$$

Einsetzen und nach der Winkelgeschwindigkeit auflösen:

$$J_S\left(\Omega-\omega\right)-\rho\,m_{ges}\left(c_{St}-v_{St}\right)=0$$

$$J_S\Omega-\rho\,m_{ges}\left(-\rho\,\Omega-v_S\sin\alpha\right)=0$$

$$\Omega=-\frac{\rho\,m_{ges}v_S\sin\alpha}{J_S+\rho^2\,m_{ges}}$$

Schwerpunktsgeschwindigkeit nach dem Stoß:

$$c_{Sn}=-e\,v_S\cos\alpha$$

$$c_{St}=\frac{\rho^2\,m_{ges}v_S\sin\alpha}{J_S+\rho^2\,m_{ges}}$$

Transformierte Schwerpunktgeschwindigkeit:

$$c_{Sx} = c_{Sn}\cos\alpha + c_{St}\sin\alpha$$
$$c_{Sy} = -c_{Sn}\sin\alpha + c_{St}\cos\alpha$$

$$c_{Sx} = -\frac{v_S\left(\left(e\cos^2\alpha - 1 + \cos^2\alpha\right)\rho^2 m_{ges} + e\cos^2\alpha\, J_S\right)}{J_S + \rho^2 m_{ges}}$$

$$c_{Sy} = \frac{v_S\cos\alpha\sin\alpha\left((e+1)\rho^2 m_{ges} + e\,J_S\right)}{J_S + \rho^2 m_{ges}}$$

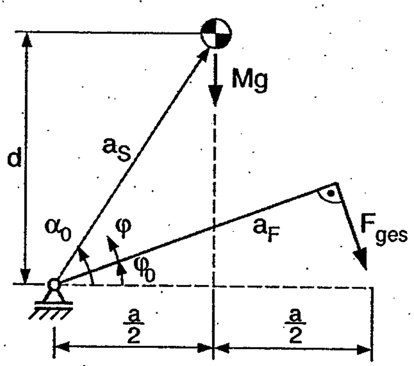
Einsetzen des Stoßwinkels:

$$\sin\alpha = \frac{d}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + d^2}} \qquad \cos\alpha = \frac{a}{2\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + d^2}}$$

$$c_{Sx} = -\frac{v_S\left(\left(e a^2 - 4d^2\right)\rho^2 m_{ges} + e a^2 J_S\right)}{\left(a^2 + 4d^2\right)\left(J_S + \rho^2 m_{ges}\right)}$$

$$c_{Sy} = 2\frac{v_S\, a d\left((e+1)\rho^2 m_{ges} + e\,J_S\right)}{\left(a^2 + 4d^2\right)\left(J_S + \rho^2 m_{ges}\right)}$$

5. Aufgabe



a) Stoffgesetze:

$$F_{ges} = F_c - F_o + F_b$$
$$F_c = c\left(a_F\varphi - u(t)\right)$$
$$F_b = b\left(a_F\dot{\varphi} - \dot{u}(t)\right)$$

Geometrie:

$$a_F = a\cos(\varphi_0)$$
$$a_S = \sqrt{d^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

Hebelarm der Gewichtskraft:

$$a_M = \frac{a}{2} - a_S\varphi\cdot\sin\alpha_0 \quad mit\ \sin\alpha_0 = \frac{d}{a_S}$$
$$= \frac{a}{2} - d\cdot\varphi$$

Massenträgheitsmoment:

$$J_{o,M} = M\,k^2 + M\,a_S^2$$

$$J_{o,M} = \left(k^2 + d^2 + \frac{1}{4}a^2\right)M$$

Momentensatz:

$$J_{o,M}\ddot{\varphi} = -Mg\,a_M - F_{ges}\,a_F$$

$$J_{o,M}\ddot{\varphi} = -M\,g\left(\frac{1}{2}a - d\cdot\varphi\right) - \left(c\left(a_F\varphi - u(t)\right) - F_o + b\left(a_F\dot{\varphi} - \dot{u}(t)\right)\right)a_F$$

Statische Gleichgewichtslage:

$$F_o = \frac{1}{2}Mg\frac{a}{a_F} = \frac{1}{2}\frac{Mg}{\cos(\varphi_0)}$$

Einsetzen und normieren:

$$\ddot{\varphi} + \frac{\left(a_F^2\,c - Mg\,d\right)\varphi}{J_{o,M}} + \frac{a_F^2\,b\,\dot{\varphi}}{J_{o,M}} = \frac{a_F\,c\,u(t)}{J_{o,M}} + \frac{a_F\,b\,\dot{u}(t)}{J_{o,M}}$$

b) Kennkreisfrequenz:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{a_F^2\,c - Mg\,d}{J_{o,M}}}$$

Dämpfungsmaß:

$$2D\,\omega_o = \frac{a_F^2\,b}{J_{o,M}}$$

$$D = \frac{1}{2}\frac{a_F^2\,b}{\sqrt{J_{o,M}\left(a_F^2 c - Mg\,d\right)}}$$

Harmonische Erregung:

$$u(t) = \hat{u}\cos(\Omega t)$$

$$\dot{u}(t) = -\hat{u}\sin(\Omega t)\Omega$$

Umwandlung der rechten Seiten zur Ermittlung der wirksamen Erregeramplitude:

$$-c\cos(\Omega t) + b\sin(\Omega t)\Omega = -\sqrt{c^2 + \Omega^2 b^2}\,\cos\left(\Omega t - \arctan\left(-\frac{b\Omega}{c}\right)\right)$$

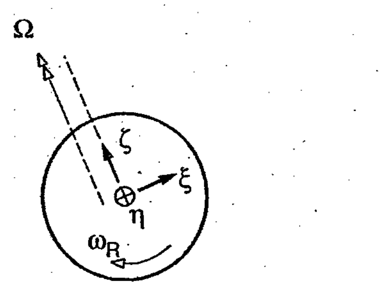
Wirksame Erregeramplitude: $\hat{f} = \dfrac{a_F\hat{u}\sqrt{c^2 + \Omega^2 b^2}}{a_F^2\,c - Mg\,d}$

Schwingungsamplitude: $\boxed{\hat{\varphi} = \dfrac{\hat{f}}{\sqrt{\left(1-\eta^2\right)^2 + (2D\eta)^2}}}$

6. Aufgabe

Winkelgeschwindigkeitsvektoren in Koordinaten des Führungssystems:

$$\vec{\Omega}=\begin{pmatrix}0\\0\\\Omega\end{pmatrix}\quad\vec{\omega}=\begin{pmatrix}0\\\omega_R\\\Omega\end{pmatrix}$$



Massenträgheitsmoment für die Radachse:

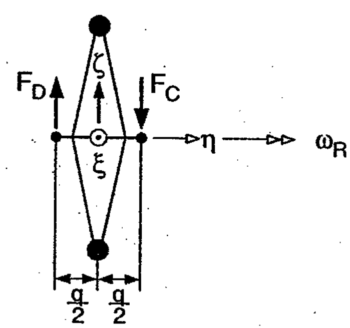
$$J_\eta=mr_1^2$$

Trägheitstensor:

$$J_S=\begin{bmatrix}J_\xi&0&0\\0&J_\eta&0\\0&0&J_\zeta\end{bmatrix}$$

Drall und Dralländerung:

$$\vec{D}=J_S\vec{\omega}=\begin{pmatrix}0\\J_\eta\omega_R\\J_\zeta\Omega\end{pmatrix}$$



$$\dot{\vec{D}}=\frac{d}{dt}\vec{D}+\vec{\Omega}\times\vec{D}=0+\begin{pmatrix}-\Omega J_\eta\omega_R\\0\\0\end{pmatrix}$$

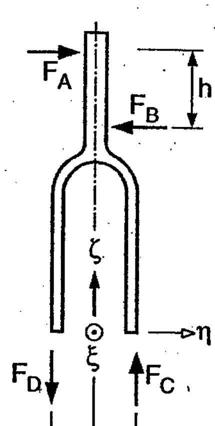
Kräftegleichgewicht am Rad:

$$\boxed{F_C=F_D}$$

Momentensatz am Rad:

$$\dot{D}_\xi=-F_C\frac{q}{2}-F_D\frac{q}{2}$$

$$\boxed{F_D=\frac{\Omega\omega_R J_\eta}{q}}$$



Kräftegleichgewicht an der Gabel:

$$\boxed{F_A=F_B}$$

Momentensatz an der Gabel um Lager B:

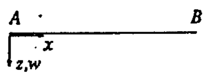
$$0=F_C\frac{q}{2}+F_D\frac{q}{2}-F_A h$$

$$F_A=\frac{F_D q}{h}$$

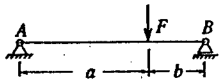
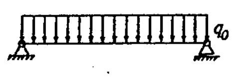
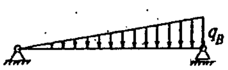
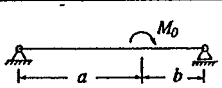
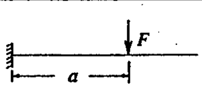
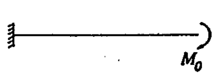
Einsetzen: $\boxed{F_A=\frac{\Omega\omega_R J_\eta}{h}}$

UniBw H	Biegelinien, Randwinkel und max. Durchbiegungen	Tafel 4a

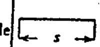
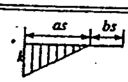
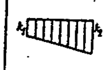
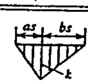
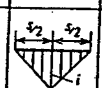
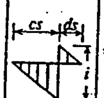
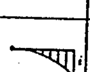
Abkürzungen: $\xi = \frac{x}{\ell}$; $\alpha = \frac{a}{\ell}$; $\beta = \frac{b}{\ell}$; $(\cdots)' = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cdots) = \frac{1}{\ell}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}(\cdots)$



$$< \xi - \alpha >^n = \begin{cases} (\xi - \alpha)^n & \text{für} \quad \xi > \alpha \\ 0 & \text{für} \quad \xi \leq \alpha \end{cases}$$

Belasteter Balken Länge ℓ , Biegesteifigkeit EI = const.	w'_A	w'_B	$w(\xi)$
	$\frac{F\ell^2}{6EI}(\beta - \beta^3)$	$-\frac{F\ell^2}{6EI}(\alpha - \alpha^3)$	$\frac{F\ell^3}{6EI}[\beta\xi(1 - \beta^2 - \xi^2) + < \xi - \alpha >^3]$
Sonderfall: $\alpha = \beta = \frac{1}{2}$	$\frac{F\ell^2}{16EI}$	$-\frac{F\ell^2}{16EI}$	$w_{\max} = \frac{F\ell^3}{48EI}$
	$\frac{q_0\ell^3}{24EI}$	$-\frac{q_0\ell^3}{24EI}$	$\frac{q_0\ell^4}{24EI}(\xi - 2\xi^3 + \xi^4)$ $w_{\max} = \frac{5}{384EI}q_0\ell^4$
	$\frac{7}{360EI}q_B\ell^3$	$-\frac{1}{45EI}q_B\ell^3$	$\frac{q_B\ell^4}{360EI}(7\xi - 10\xi^3 + 3\xi^5)$
	$\frac{M_0\ell}{6EI}(3\beta^2 - 1)$	$\frac{M_0\ell}{6EI}(3\alpha^2 - 1)$	$\frac{M_0\ell^2}{6EI}[\xi(3\beta^2 - 1) + \xi^3 - 3 < \xi - \alpha >^2]$
Sonderfall $a = 0, b = \ell$	$\frac{M_0\ell}{3EI}$	$-\frac{M_0\ell}{6EI}$	$\frac{M_0\ell^2}{6EI}[2\xi - 3\xi^2 + \xi^3]$
Sonderfall $a = \ell, b = 0$	$-\frac{M_0\ell}{6EI}$	$\frac{M_0\ell}{3EI}$	$\frac{M_0\ell^2}{6EI}[-\xi + \xi^3]$
	0	$\frac{Fa^2}{2EI}$	$\frac{F\ell^3}{6EI}[3\alpha\xi^2 - \xi^3 + < \xi - \alpha >^3]$
Sonderfall $a = \ell$	0	$\frac{F\ell^2}{2EI}$	$w_{\max} = \frac{F\ell^3}{3EI}$
	0	$\frac{q_0\ell^3}{6EI}$	$\frac{q_0\ell^4}{24EI}(6\xi^2 - 4\xi^3 + \xi^4)$ $w_{\max} = \frac{q_0\ell^4}{8EI}$
	0	$\frac{q_A\ell^3}{24EI}$	$\frac{q_A\ell^4}{120EI}(10\xi^2 - 10\xi^3 + 5\xi^4 - \xi^5)$
	0	$\frac{M_0\ell}{EI}$	$\frac{M_0\ell^2}{2EI}\xi^2$

UniBw H IfM	**Integrale von Produktfunktionen** $\int_0^s I_{(x)} K_{(x)} dx$	Mechanik II Tafel 5 – 8

	Spalte	1	2	3	4	5	6
Zeile							$I_{(x)} I_{(x)}$
1		iks	$\frac{1}{2}iks$	$\frac{1}{2}ikas$	$\frac{1}{2}i(k_1+k_2)s$	$\frac{1}{2}iks$	i^2s
2		$\frac{1}{2}iks$	$\frac{1}{6}iks$	$\frac{1}{6}ika^2s$	$\frac{1}{6}i(k_1+2k_2)s$	$\frac{1}{6}ik(1+a)s$	$\frac{1}{3}i^2s$
3		$\frac{1}{2}iks$	$\frac{1}{3}iks$	$\frac{ik}{6}(3a-a^2)s$	$\frac{1}{6}i(2k_1+k_2)s$	$\frac{1}{6}ik(1+b)s$	$\frac{1}{3}i^2s$
4		$\frac{k}{2}(i_1+i_2)s$	$\frac{k}{6}(2i_1+i_2)s$	$\frac{k}{6}[(3a-a^2)i_1+a^2i_2]s$	$\frac{1}{6}[i_1(2k_1+k_2)+ i_2(k_1+2k_2)]s$	$\frac{k}{6}[i_1(1+b)+ i_2(1+a)]s$	$\frac{1}{3}(i_1^2+ i_1i_2+i_2^2)s$
5		$\frac{1}{2}iks$	$\frac{1}{4}iks$	$a \geq \frac{1}{2}: \frac{ik}{3a}[a(3a- a^2-\frac{3}{2})+\frac{1}{4}]s$ $a \leq \frac{1}{2}: \frac{ik}{3}a^2s$	$\frac{1}{4}i(k_1+k_2)s$	$a \geq \frac{1}{2}: \frac{ik}{4a}(1-\frac{4}{3}b^2)s$ $a \leq \frac{1}{2}: \frac{ik}{4b}(1-\frac{4}{3}a^2)s$	$\frac{1}{3}i^2s$
6		$\frac{1}{2}iks$	$\frac{ik}{6}(1+d)s$	$a \geq c: \frac{ik}{ad}[a(\frac{a}{2}- \frac{a^2}{6}-\frac{c}{2})+\frac{c^2}{6}]s$ $a \leq c: \frac{ik}{6c}a^2s$	$\frac{1}{6}i[k_1(1+d)+ k_2(1+c)]s$	$a \geq c:$ $\frac{ik}{6ad}(1-b^2-c^2)s$ $a \leq c:$ $\frac{ik}{6bc}(1-a^2-d^2)s$	$\frac{1}{3}i^2s$
7		$\frac{1}{2}ik(c-d)s$	$\frac{ik}{6}(1-3d^2)s$	$a \geq c:$ $\frac{ik}{6a}[a^3-3(a-c)^2]s$ $a \leq c: \frac{ik}{6}a^2s$	$\frac{1}{6}i[k_1(1-3d^2) -k_2(1-3c^2)]s$	$a \geq c:$ $\frac{ik}{6a}(1-b^2-3c^2)s$ $a \leq c:$ $\frac{ik}{6b}(1-a^2-3d^2)s$	$\frac{i^2}{3}(c^3+d^3)s$
8		$\frac{2}{3}iks$	$\frac{1}{3}iks$	$\frac{1}{3}ika^2(2-a)s$	$\frac{1}{3}i(k_1+k_2)s$	$\frac{1}{3}ik(1+ab)s$	$\frac{8}{15}i^2s$
9		$\frac{2}{3}iks$	$\frac{5}{12}iks$	$\frac{1}{12}ika(6-a^2)s$	$\frac{1}{12}i(5k_1+3k_2)s$	$\frac{ik}{12}(5-a-a^2)s$	$\frac{8}{15}i^2s$
10		$\frac{2}{3}iks$	$\frac{1}{4}iks$	$\frac{1}{12}ika^2(4-a)s$	$\frac{1}{12}i(3k_1+5k_2)s$	$\frac{ik}{12}(5-b-b^2)s$	$\frac{8}{15}i^2s$
11		$\frac{1}{3}iks$	$\frac{1}{4}iks$	$\frac{1}{12}ika(a^2-4a+6)s$	$\frac{1}{12}i(3k_1+k_2)s$	$\frac{ik}{12}(1+b+b^2)s$	$\frac{1}{5}i^2s$
12		$\frac{1}{3}iks$	$\frac{1}{12}iks$	$\frac{1}{12}ika^3s$	$\frac{1}{12}i(k_1+3k_2)s$	$\frac{ik}{12}(1+a+a^2)s$	$\frac{1}{5}i^2s$

• $\doteq$ Scheitel der quadratischen Parabel

jede der angegebenen Ordinaten kann auch negativ sein

für die Parameter der Teilbereiche gilt:

$a + b = 1, \quad c + d = 1$

UniBwH	Frequenzgang $\underline{V_3} = V_3\, e^{-j\Psi_3}$	Schwingungslehre und Maschinendynamik
IfM	Amplitudengang, Phasengang